



@grade12ua_e



دائرة التعليم والمعرفة
DEPARTMENT OF EDUCATION
AND KNOWLEDGE

دائرة التعليم والمعرفة
مكتب العين التعليمي
الصف / الثاني عشر العام

الوحدة الأولى (الدوال من منظور التفاضل والتكامل)

في الرياضيات

الفصل الدراسي الأول

www.almanahj.com

للسف الثاني عشر العام

2018 – 2019 م

اسم المدرسة :

اسم الطالب :

الشعبة :

الدوالطرق كتابة المجموعات

س1): صف مجموعة الأعداد باستخدام الصفة المميزة:

- $x > 3$
- $-1 \leq x < 4$
- $\{-2, -1, 0, 1\}$
- $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

س2): صف مجموعة الأعداد باستخدام رموز الفترات:

- $-3 \leq x \leq 4$
- $2 < x < 5$
- $1 \leq x < 3$
- $1 < x \leq 6$

س3): صف مجموعة الأعداد باستخدام رموز الفترات:

- $x \geq 4$
- $x > 5$
- $x < 3$
- $x \leq 6$
- R^+
- R^-
- R

www.almanahj.com

س4): أكمل الجدول الآتي :

الفترات	الصفة المميزة
	$\{x / -2 < x \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$
$(-\infty, 4)$	
	$\{x / x \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$
$[-3, 5)$	
	$\{x / x > 6, x \in \mathbf{R}\}$

متى تكون العلاقة؟ كل قيمة لـ x يقابلها قيمة واحدة فقط لـ y

س5: حدد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة؟

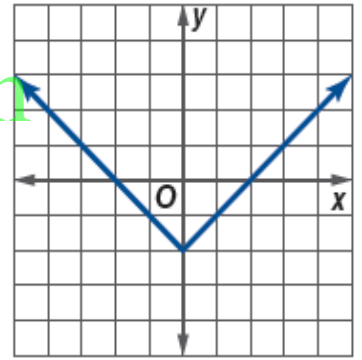
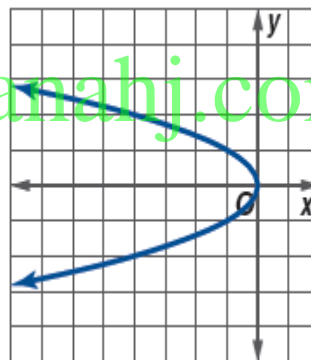
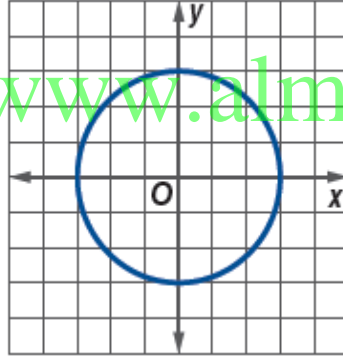
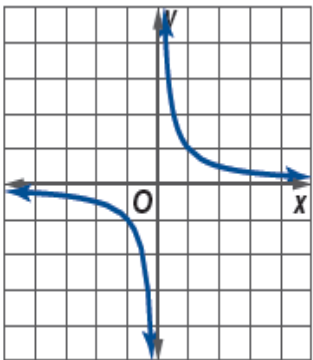
x	y
1	4
2	5
3	7
3	5
5	9

x	y
-1	7
6	4
0	3
5	5
1	6

x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

x	y
0.1	1.1
0.3	1.3
0.4	1.5
0.3	1.1
0.6	2.1

س6: حدد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة؟



س7: حدد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة؟

1) $\{(1, 3), (2, 5), (4, 3), (5, 2), (3, 4)\}$

2) $\{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (2, -1)\}$

3) $2x + y = 7$

4) $y^2 = 5x - 6$

5) $2x = \sqrt{y - 5}$

س8) :- لتكن $f(x) = x^2 - 4x + 3$

أوجد قيم الدوال الآتية :-

1) $f(-2)$

2) $f(3b)$

3) $f(2a - 5)$

س9) : أوجد كل من قيم الدوال .

(2) $h(y) = -3y^3 - 6y + 9$

(1) $g(x) = 2x^2 + 18x - 14$

a. $h(4)$

a. $g(9)$

b. $h(-2y)$

b. $g(3x)$

c. $h(5b + 3)$

c. $g(1 + 5m)$

س10) :- لتكن $f(x) = \begin{cases} 7x^2 + 1 & , \quad x \leq -3 \\ 5 - 4x & , \quad -3 < x < 1 \\ \sqrt{4x + 5} & , \quad x \geq 1 \end{cases}$

أوجد قيم الدوال الآتية :-

1) $f(-2) =$

2) $f(5) =$

2) $f(-4) =$

عام	المبيعات (\$) مليون
1	1 مليون
2	3 مليون
3	14 مليون
4	74 مليون
5	219 مليون

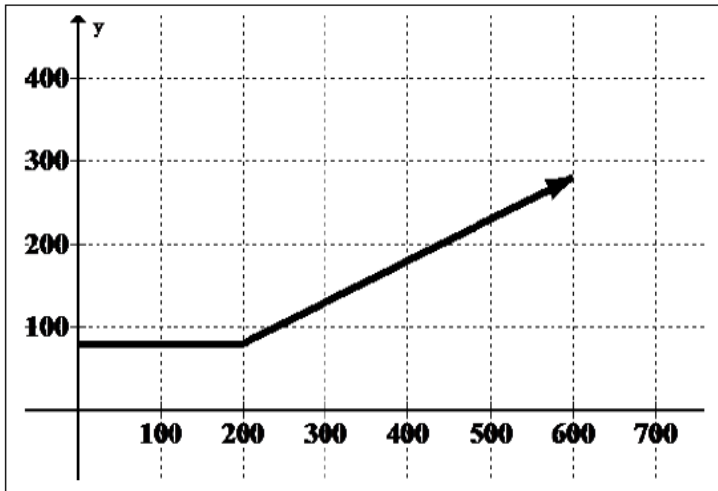
(11س) مشغلات الأصوات الرقمية يُمكن تمثيل

مبيعات مشغلات الأصوات الرقمية بملايين الدولارات لمدة خمسة أعوام باستخدام $f(t) = 24t^2 - 93t + 78$. حيث ترمز t إلى العام. بيانات المبيعات الفعلية مبينة في الجدول. (مثال 4)

a. أوجد $f(1)$ و $f(5)$.

b. هل تعتقد أن النموذج أكثر دقة للأعوام السابقة أو الأعوام الأخيرة؟ اشرح الإجابة.

(12س) شكل المقابل يمثل التمثيل البياني لدالة $f(x)$ ، حيث $f(x) = \begin{cases} 80 & , x \leq 200 \\ \frac{1}{2}x - 20 & , x > 200 \end{cases}$



والتي تمثل الأجرة اليومية التي يتقاضاها مكتب لتأجير السيارات حيث x هي المسافة التي تقطعها السيارة بالكيلومتر ، فأوجد من الرسم :

(a) الأجرة اليومية لسيارة مستأجرة قطعت

..... $190km$ في أحد الأيام يساوي

(b) الأجرة اليومية لسيارة مستأجرة قطعت

..... $300km$ في أحد الأيام يساوي

(c) المسافة التي قطعتها سيارة في يوم دفع

..... مستأجرها مبلغ 250 درهما

س(13): أوجد مجال الدوال الآتية :-

$$1) f(x) = \sqrt{6 - 3x}$$

$$2) f(x) = x^4 + 2x^3 - 8x$$

$$3) f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

$$4) f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 12}$$

$$5) f(x) = \frac{5}{4x - 3}$$

$$6) f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 - 5x + 6}$$

www.almanahj.com

$$7) f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x + 4}}$$

$$8) f(x) = \frac{2x - 3}{\sqrt{9 - x^2}}$$

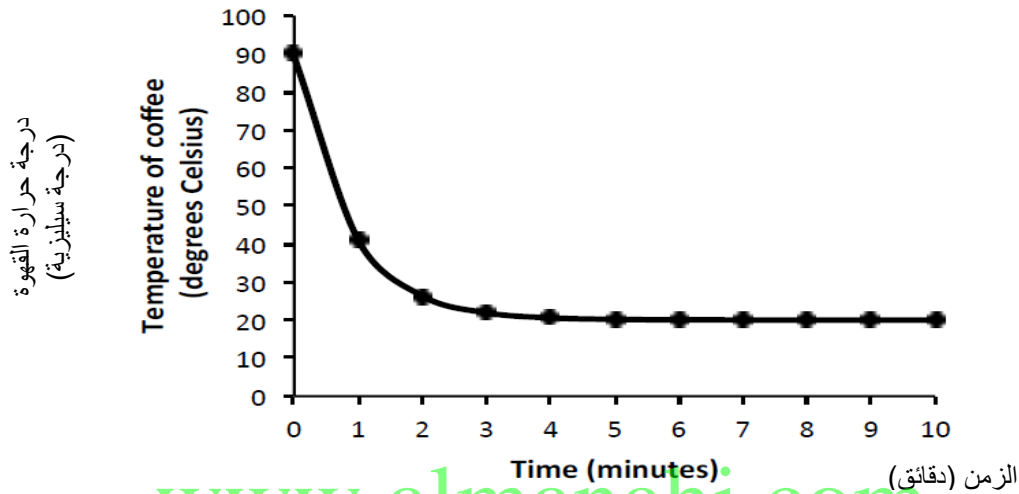
$$9) f(x) = \frac{2}{\sqrt{5 - x}}$$

$$10) f(x) = \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 + x - 20}}$$

تحليل الرسوم البيانية للدوال والعلاقات

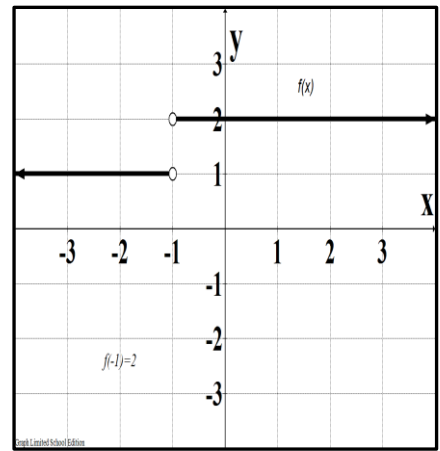
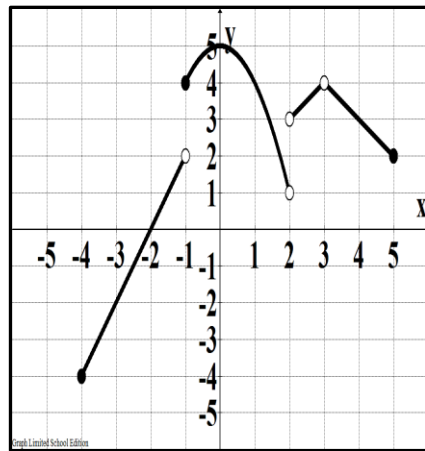
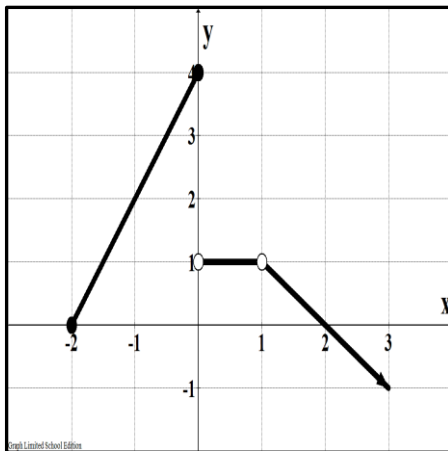
س1: يتم تبريد كوب من القهوة. يتم تمثيل درجة حرارة $f(x)$ القهوة أثناء تبريدها، حيث x هو الوقت المستغرق بالدقائق، من خلال:

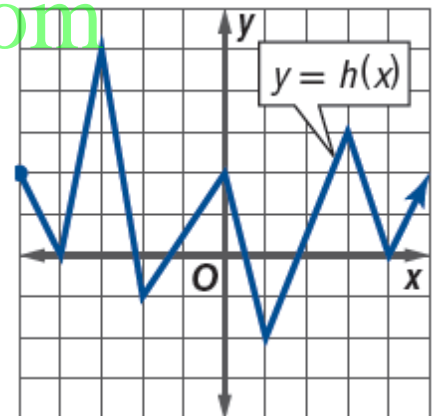
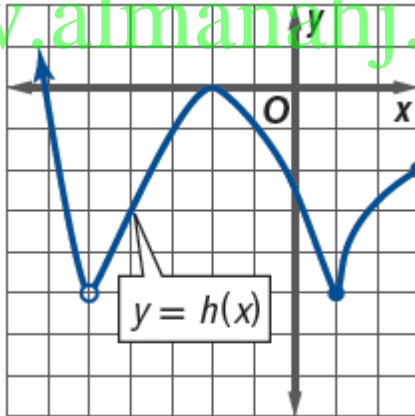
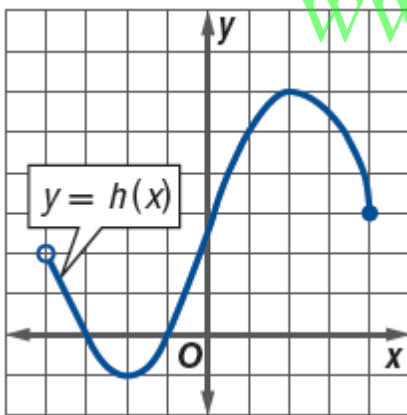
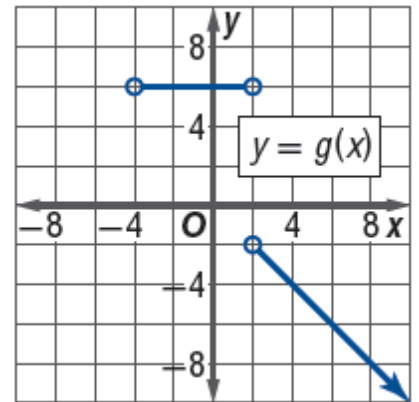
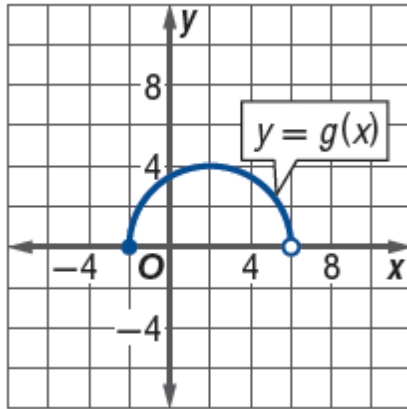
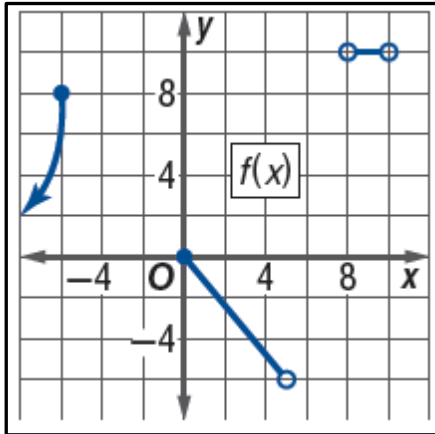
$$f(x) = 20 + 70(0.3)^x$$



أ) استخدم الرسم البياني لتقدير درجة حرارة القهوة عند 3 دقائق
ب) أثبت تقديرك جبرياً

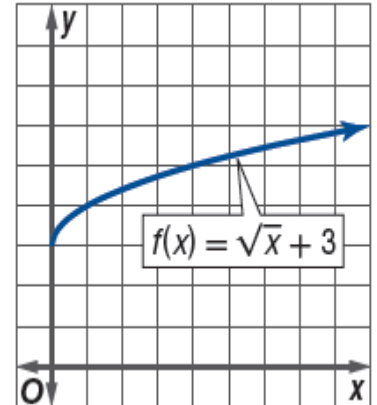
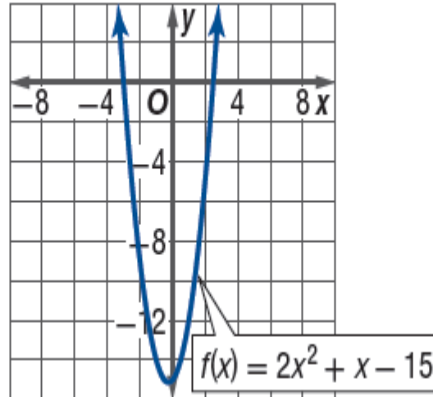
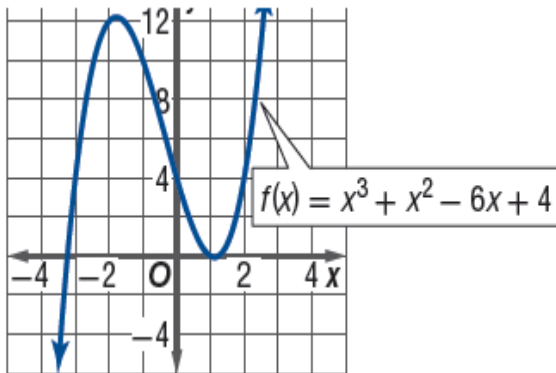
س2: أوجد مجال ومدى الدوال الآتية من خلال الرسم البياني لها :-



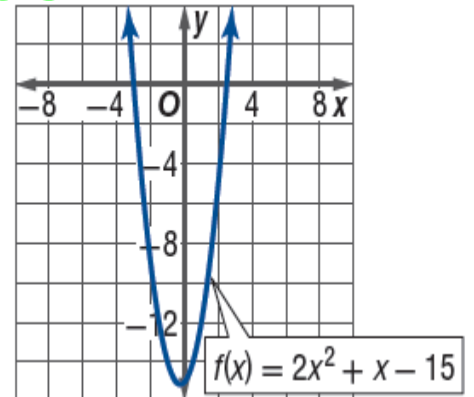
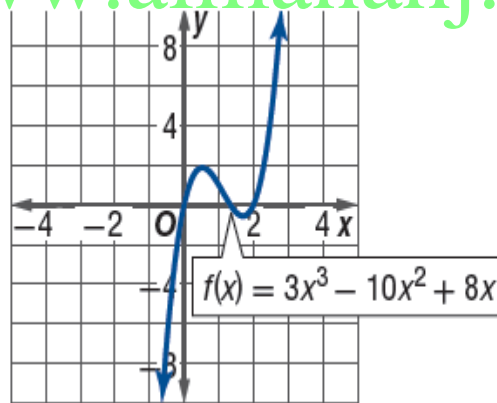
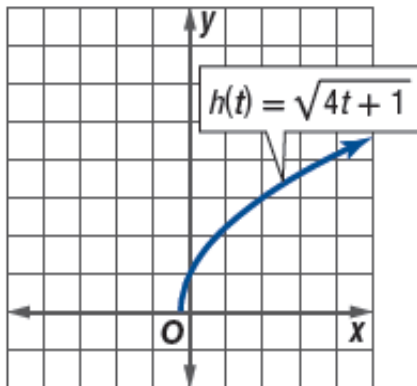


www.almanahj.com

س3: قم بتقدير نقطة تقاطع y من الرسم البياني، ثم اثبت ذلك جبرياً



س4: قم بتقدير الأصفار باستخدام الرسم البياني، ثم اثبت ذلك جبرياً



مفهوم أساسي الدوال الزوجية والفردية

الاختبار الجبري	نوع الدالة
لكل قيمة x في مجال الدالة $f, f(-x) = f(x)$.	الدوال المتناظرة حول المحور الرأسي لا تسمى دوال زوجية .
لكل قيمة x في مجال الدالة $f, f(-x) = -f(x)$.	الدوال المتناظرة حول نقطة الأصل تسمى دوال فردية .

س5): حدد نوع الدالة جبريا من حيث كونها (زوجية - فردية - ليست أي منهما)

$$1) f(x) = x^3 - 4x$$

$$2) f(x) = 2x^4 + \cos x$$

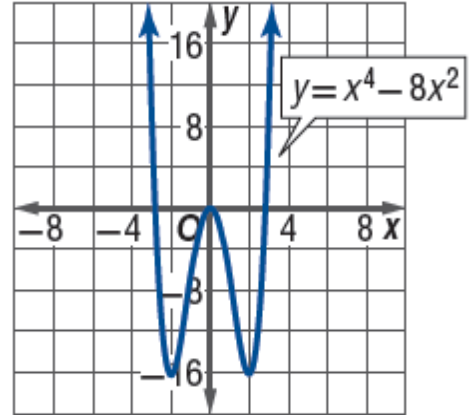
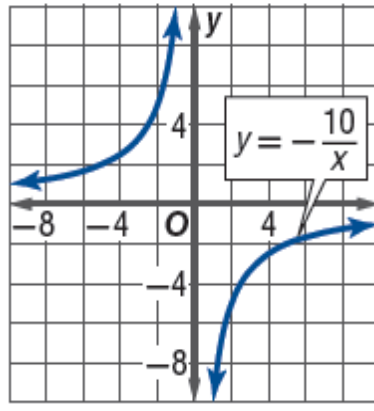
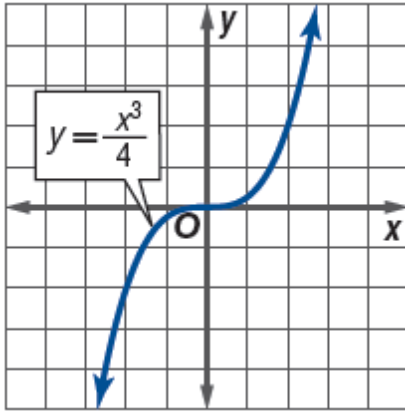
$$3) f(x) = x^5 - 2x^3 + x$$

$$4) f(x) = \frac{5}{x^2} - 3x^4$$

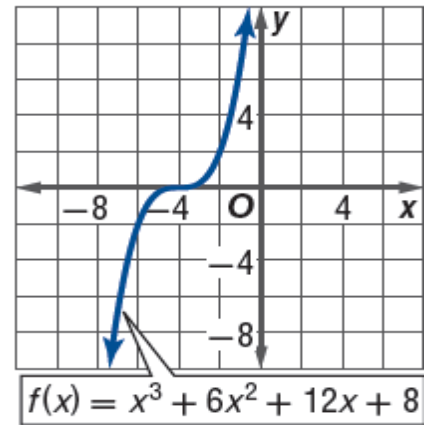
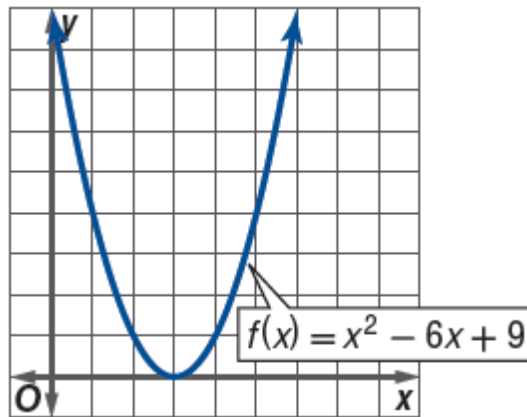
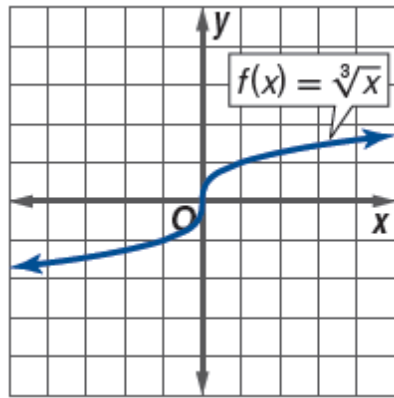
$$5) f(x) = 5 - |2x|$$

$$6) f(x) = \frac{x + 5}{4 - x}$$

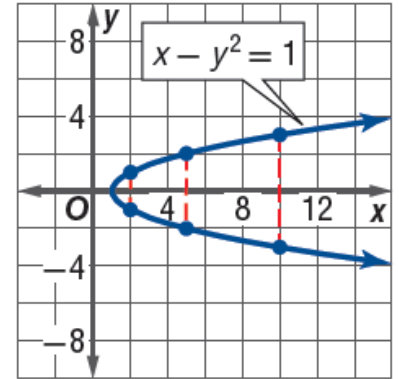
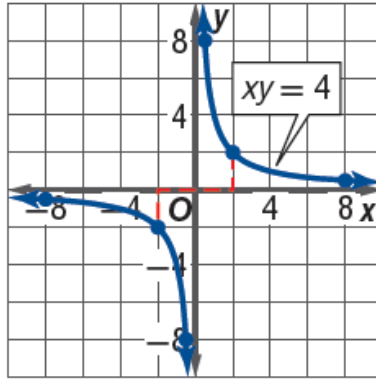
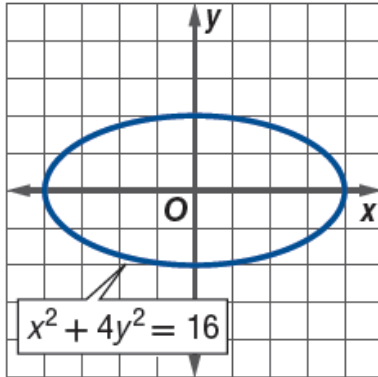
س6: حدد نوع الدالة بيانيا من حيث كونها (زوجية - فردية - ليست أي منهما) وتحقق من ذلك جبريا ؟



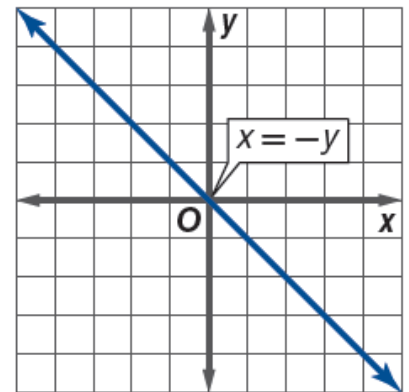
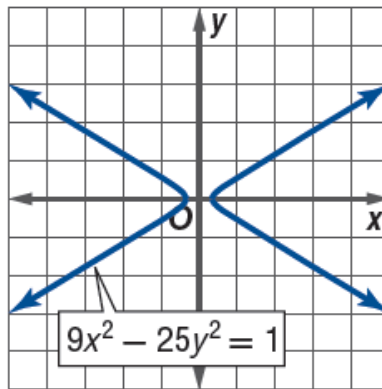
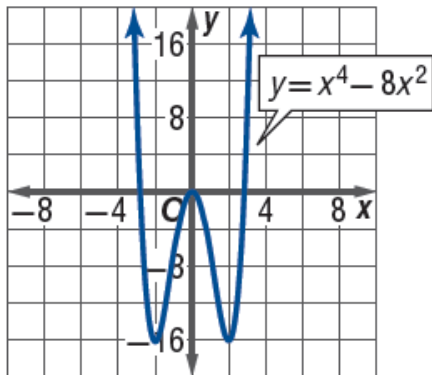
www.almanahj.com



س7): استعمل التمثيل البياني لكل معادلة مما يأتي لاختبار التماثل حول المحور x ، المحور y ، نقطة الأصل عزز إجابتك عدديا ثم تحقق من ذلك جبريا ؟



www.almanahj.com



الاتصال والسلوك الطرفي والنهايات

س1): بين هل الدوال الآتية متصلة عند النقاط المشار إليها مستخدماً اختبار الاتصال وإذا كانت الدالة غير متصلة فحدد نوع عدم الاتصال:-

1) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$, $x = 4$

x							
y							

2) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x = 0$

www.almanahj.com

x							
y							

3) $f(x) = \frac{x}{x-2}$, $x = 2$

x							
y							

$$4) f(x) = \begin{cases} 3x + 5 & , \quad x < -1 \\ x^2 - 1 & , \quad x \geq -1 \end{cases}$$

x							
y							

س2) : حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية لكل دالة مما يأتي في الفترة المعطاة :-

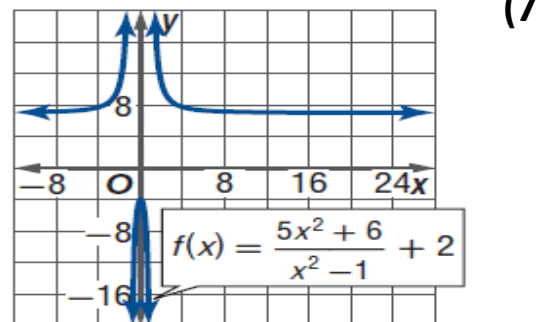
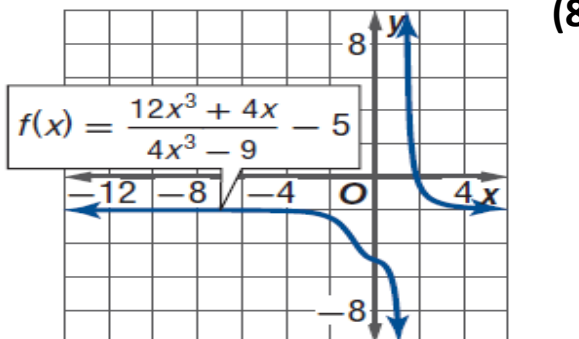
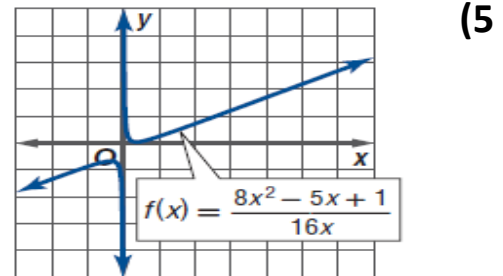
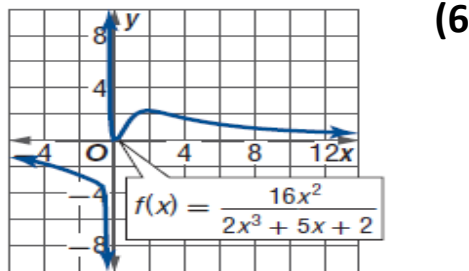
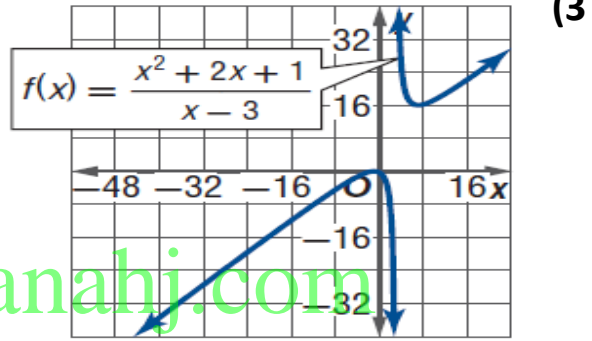
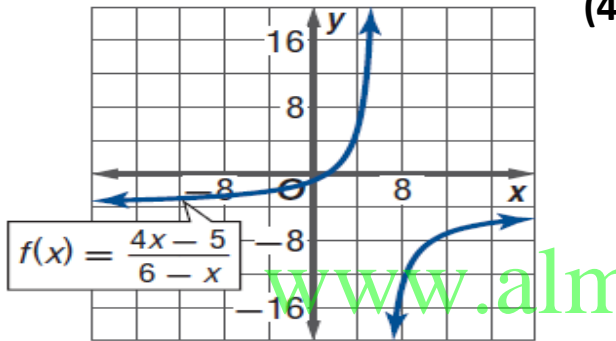
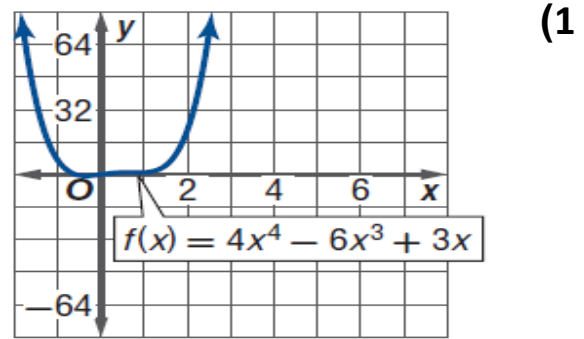
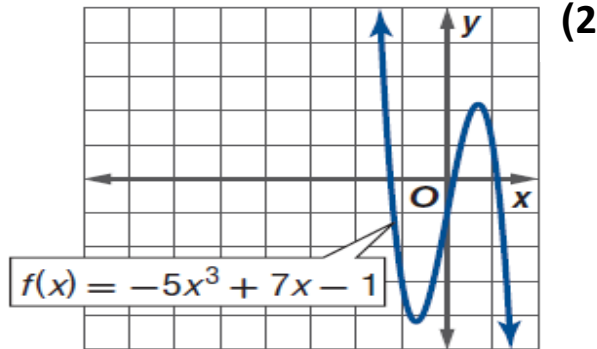
$$1) f(x) = x^3 - x^2 - 3 \quad , \quad [-2, 4]$$

www.almanahj.com

$$2) f(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 3 \quad , \quad [-3, 3]$$

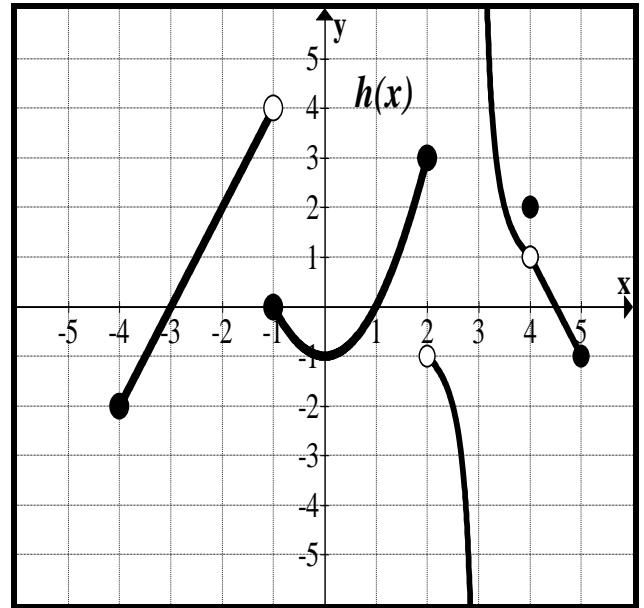
$$3) f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 5 \quad , \quad [0, 5]$$

س3): استخدم الرسم البياني لكل دالة لوصف السلوك الطرفي الخاص بها. اثبت فرضيتك بالأرقام. (المثالين 4 و 5)



س4) من خلال الرسم البياني الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ أكمل الجدول التالي

نوع الانفصال	نقطة الانفصال



س5) أكمل الجدول الآتي :-

نوع الانفصال	نقاط الانفصال إن وجدت	الدالة
		$f(x) = \begin{cases} 4 - x & , \quad x < 1 \\ 3x^2 - 1 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$
		$f(x) = \frac{1}{x - 2}$
		$f(x) = \frac{(x - 1)(x + 5)}{(x + 5)}$

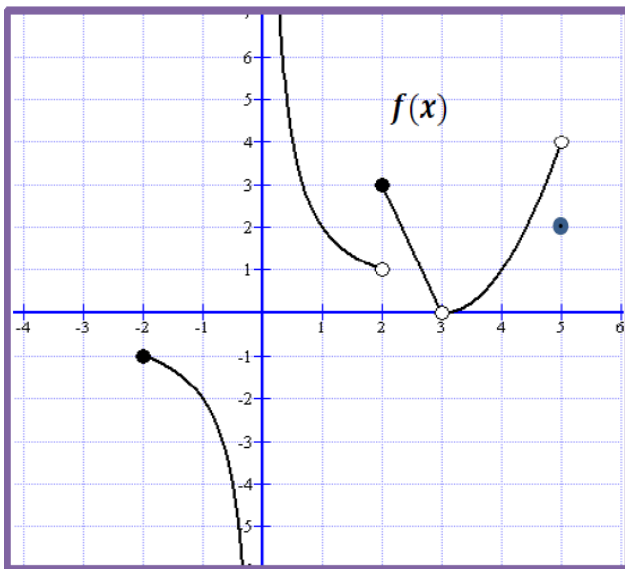
س6) أعد تعريف الدوال الآتية لتصبح متصلة عند النقاط الموضحة أمام كل دالة :-

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}, \quad x = 3$$

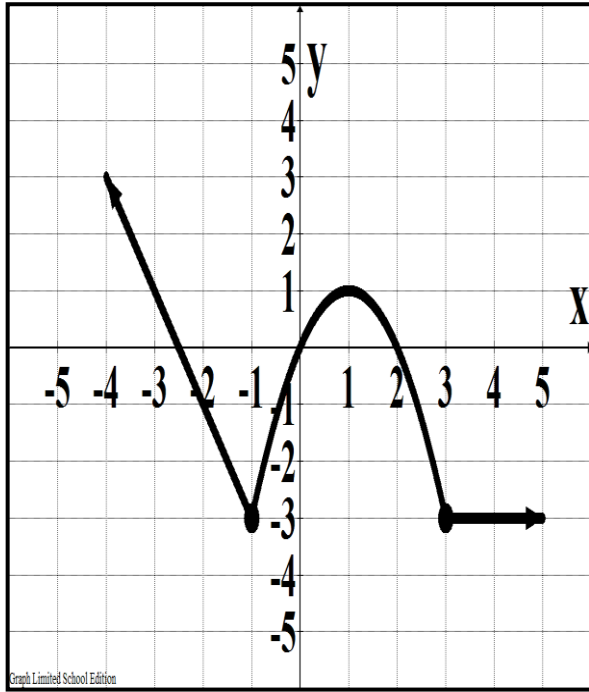
$$1) f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}, \quad x = -5$$

www.almanahj.com

س5) أكمل الجدول الآتي :-



مكانية إزالة الانفصال	سبب الانفصال	نوع الانفصال	نقطة الانفصال

القيم القصوى ومتوسط التغير

س1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ على الفترة R

أكمل العبارات الآتية لتحصل على عبارة صحيحة :-

1) الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة هي

2) الفترات التي تكون فيها الدالة متناقصة

هي

3) الفترات التي تكون فيها الدالة ثابتة هي

4) القيمة الصغرى النسبية للدالة $f(x)$ هي

5) للدالة $f(x)$ قيمة عظمى نسبية عند x هي

6) مجال الدالة يساوي

ومداها

7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots$

9) متوسط التغير في الفترة $[0, 3]$ يساوي

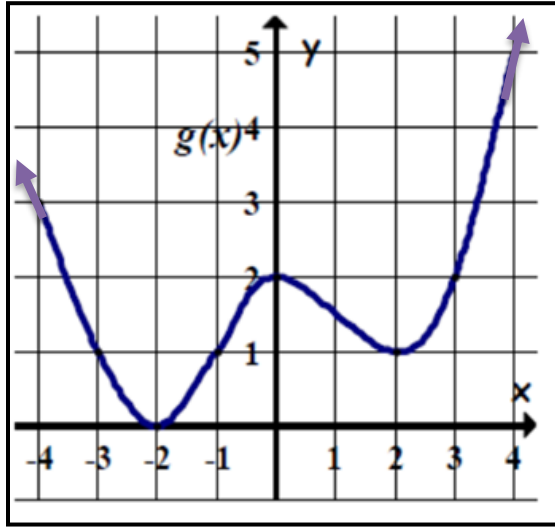
10) الأصفار الحقيقية للدالة هي

11) التقاطع مع المحور الرأسي y هو

س2) أوجد القيم القصوى المطلقة والمحلية لأقرب جزء من مئة للدالة $f(x) = x^5 - 6x + 1$

وحدد قيم التي تكون عنده هذه القيم

س3) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ على الفترة R



أكمل العبارات الآتية لتحصل على عبارة صحيحة :-

- 1) الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة هي
- 2) الفترات التي تكون فيها الدالة متناقصة هي
- 3) الفترات التي تكون فيها الدالة ثابتة هي
- 4) القيمة الصغرى النسبية للدالة $g(x)$ هي
- 5) للدالة $g(x)$ قيمة عظمى نسبية عند x هي
- 6) مجال الدالة يساوي..... ومداهما

7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots\dots\dots$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \dots\dots\dots$

www.almanahj.com

9) متوسط التغير في الفترة $[-2, 3]$ يساوي

10) الأصفار الحقيقية للدالة هي

11) التقاطع مع المحور الرأسي y هو

س4) أوجد متوسط معدل التغير للدوال الآتية في كل فترة :-

1) $f(x) = \frac{3x-2}{2x}$, $[1, 4]$

2) $f(x) = x^2 - 2x + 3$, $[-1, 2]$

$$4) f(x) = \sqrt{2x + 1} \quad , \quad [0, 4]$$

(س5):

الفيزياء يُمثل ارتفاع أحد الأجسام التي قذفت من مكان بارتفاع 4 أقدام فوق سطح الأرض من خلال الدالة $h(t) = -16t^2 + 30t + 4$ ، حيث تمثل t الوقت بالثواني الذي تطلب وصول الجسم إلى الأرض بعد قذفه. أوجد وفسر متوسط سرعة الجسم من 1.25 إلى 1.75 ثانية.

www.almanahj.com

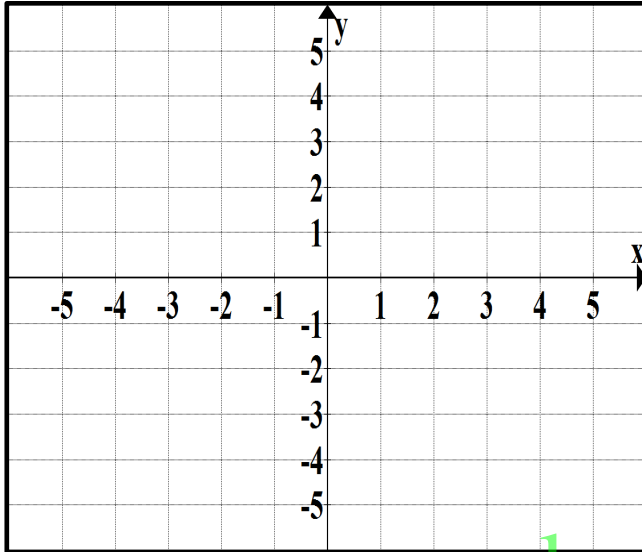
(س6) إذا كانت متوسط التغير للدالة $f(x) = x^2 + ax$ في $[0, 2]$ يساوي 7

أوجد قيمة a

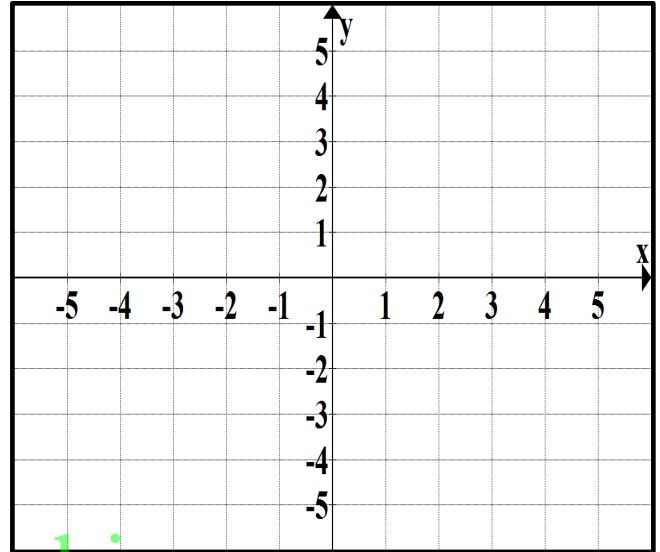
الدوال الرئيسية والتحويلات

س1: ارسم منحنى الدالة $y = x^2$ ، ثم ارسم منحنى الدوال التالية ووضح العلاقة بين المنحنيات

$$1) y = (x - 2)^2$$

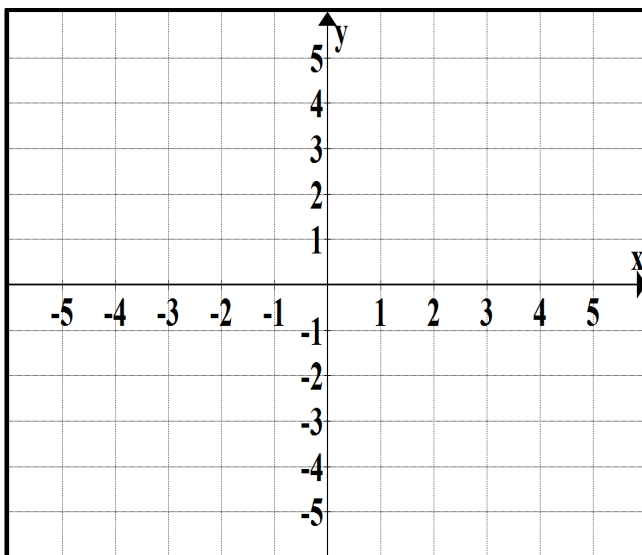


$$2) y = (x + 1)^2$$

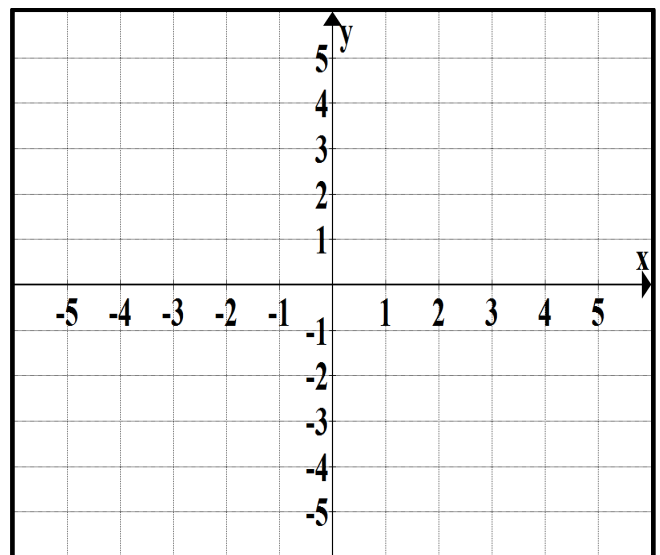


www.almanahj.com

$$3) y = -3x^2$$



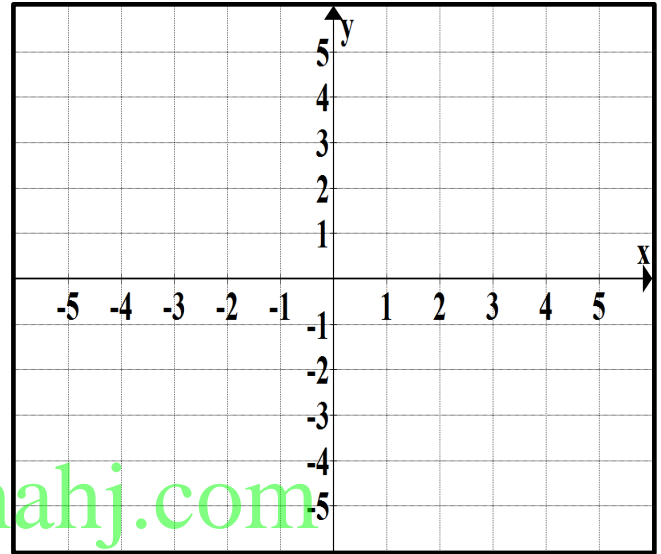
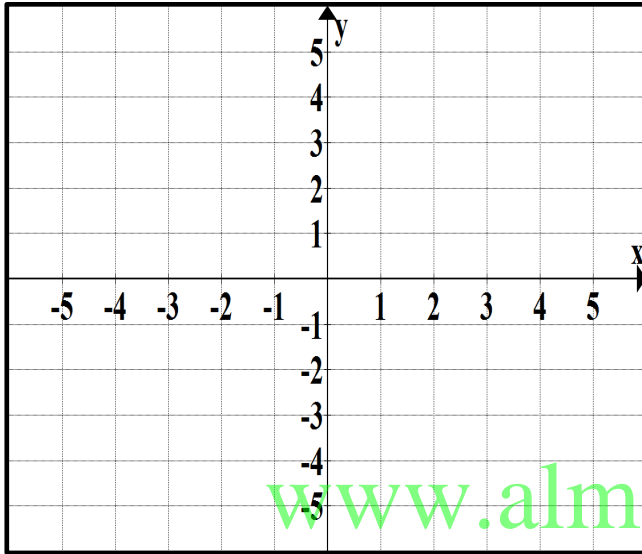
$$4) y = -(x - 1)^2 + 3$$



س3): ارسم منحنى الدالة $y = |x|$ ، ثم ارسم منحنى الدوال التالية ووضح العلاقة بين المنحنيات

1) $y = |x - 3|$

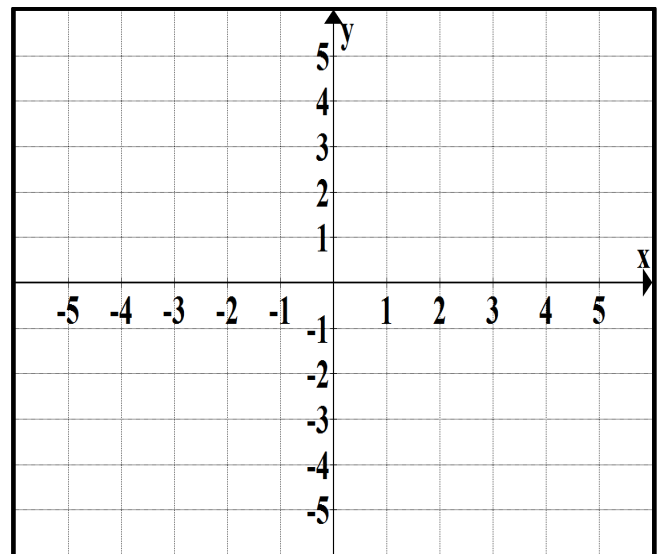
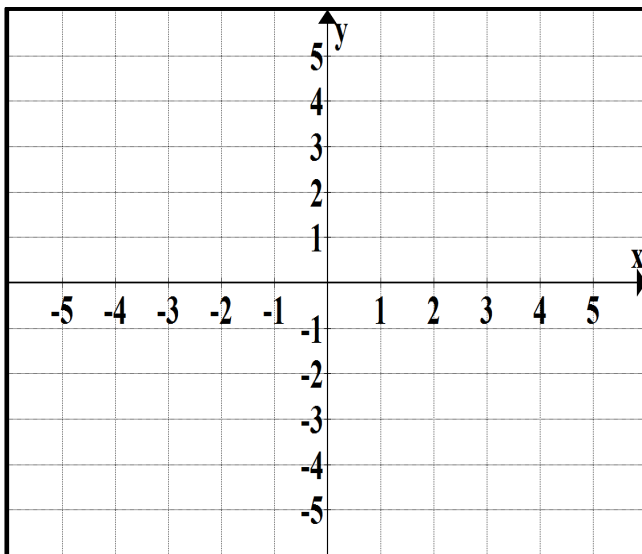
2) $y = 2|x| + 1$



www.almanahj.com

3) $y = -|x| + 1$

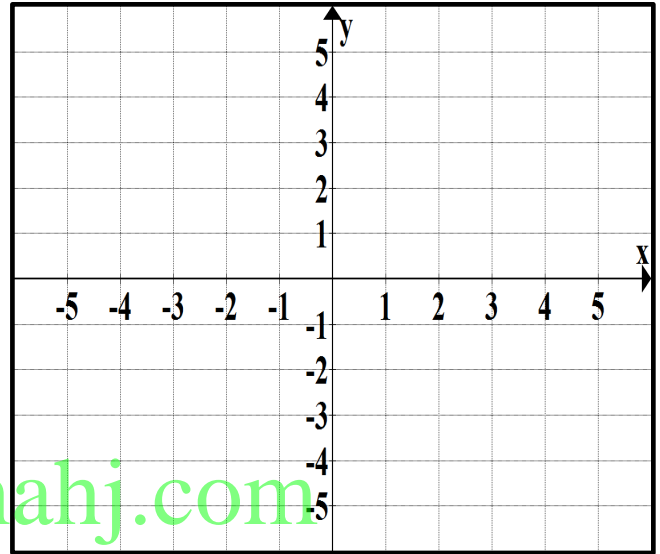
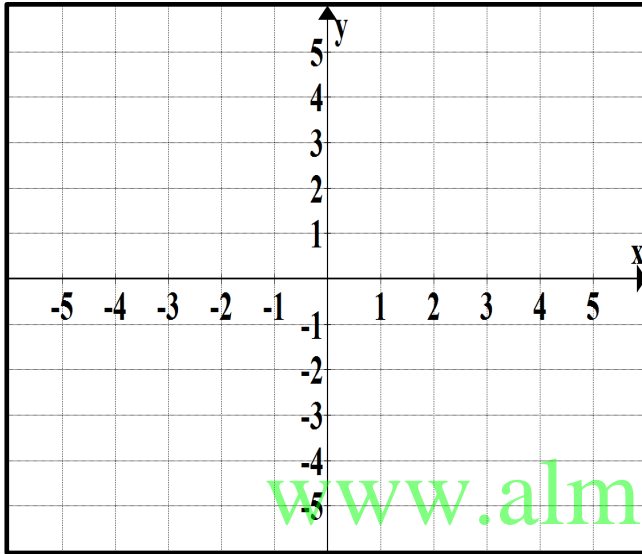
4) $y = |x - 2| + 1$



س4: ارسم منحنى الدالة $y = x^3$ ، ثم ارسم منحنى الدوال التالية ووضح العلاقة بين المنحنيات

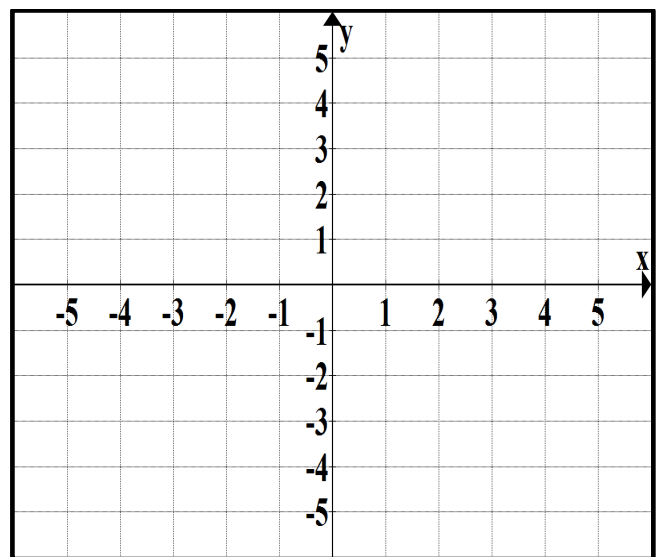
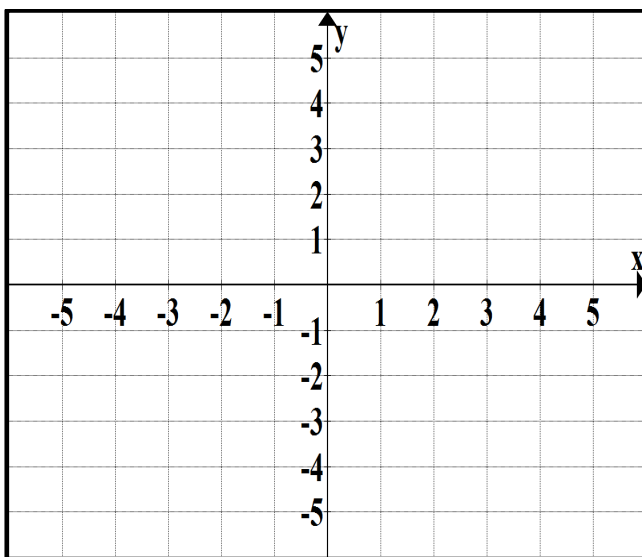
$$1) y = (x - 2)^3$$

$$2) y = (x + 1)^3$$



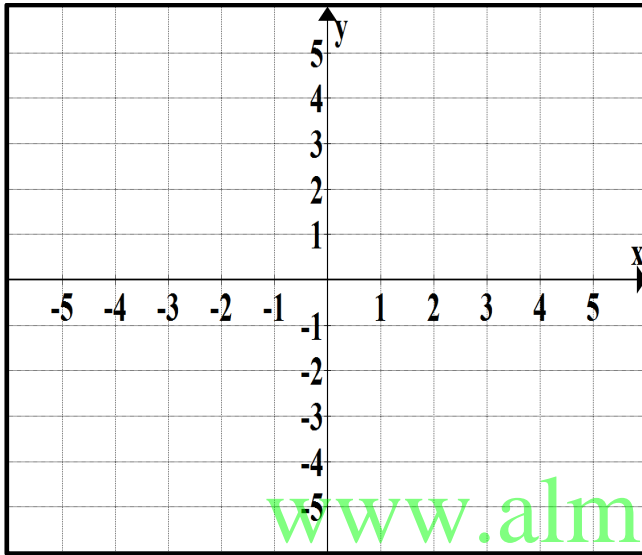
$$3) y = -2x^3 + 3$$

$$4) y = |x^3|$$

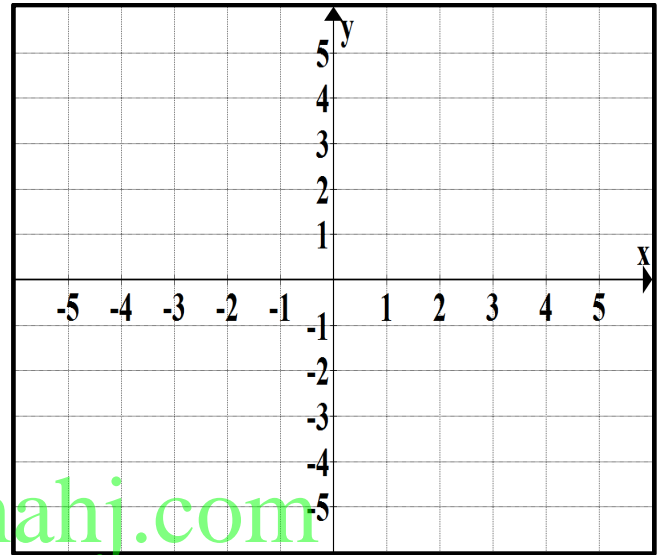


س5): ارسم منحنى الدالة $y = \frac{1}{x}$ ، ثم ارسم منحنى الدوال التالية ووضح العلاقة بين المنحنيات

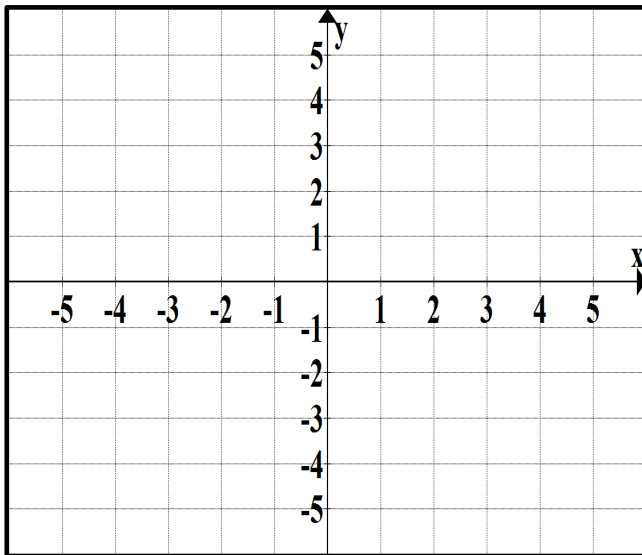
$$1) y = \frac{1}{x-3}$$



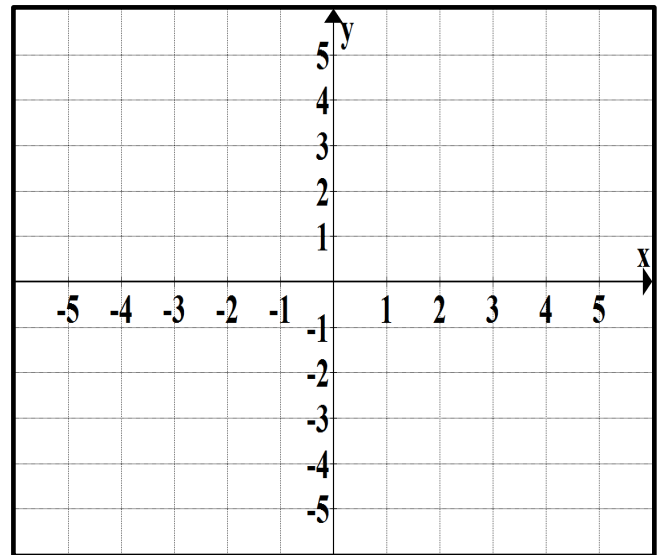
$$2) y = \frac{1}{x} - 2$$



$$3) y = \frac{2}{x}$$

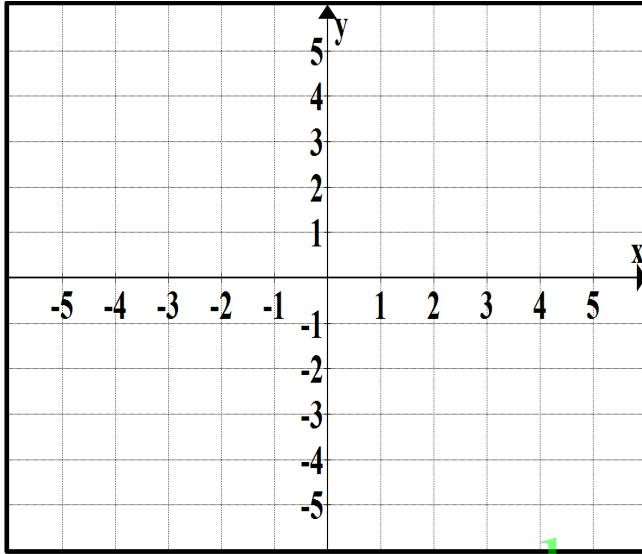


$$4) y = \frac{1}{x-2} + 3$$

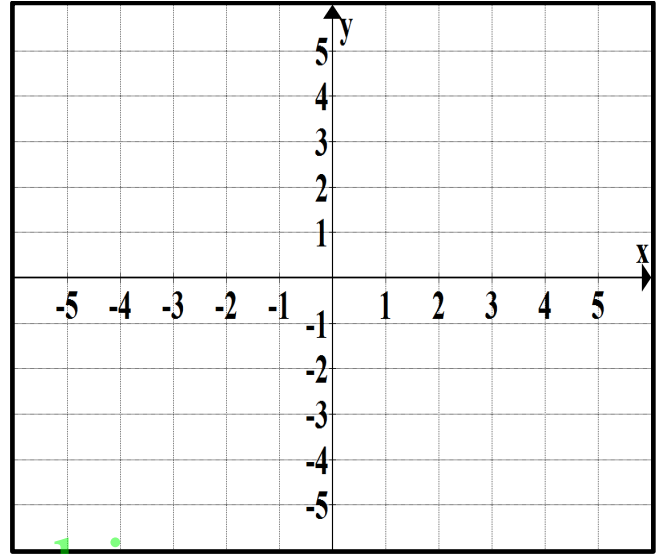


س6): ارسم منحنى الدوال التالية ثم أوجد المجال والمدى

$$1) y = |x^2 - 4|$$



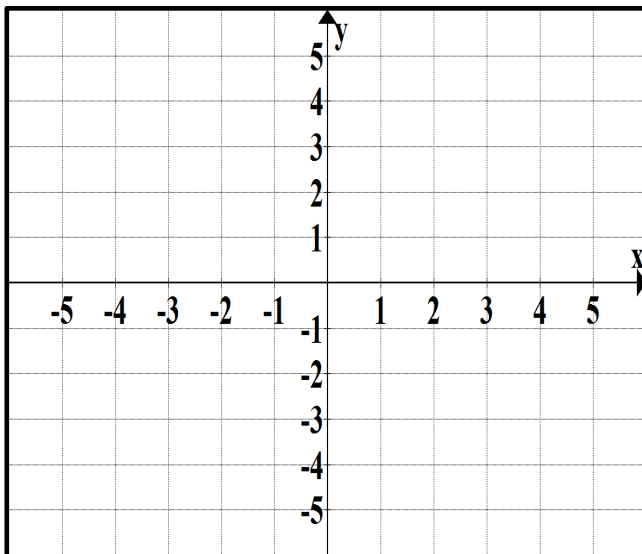
$$2) y = |x^2 + x - 6|$$



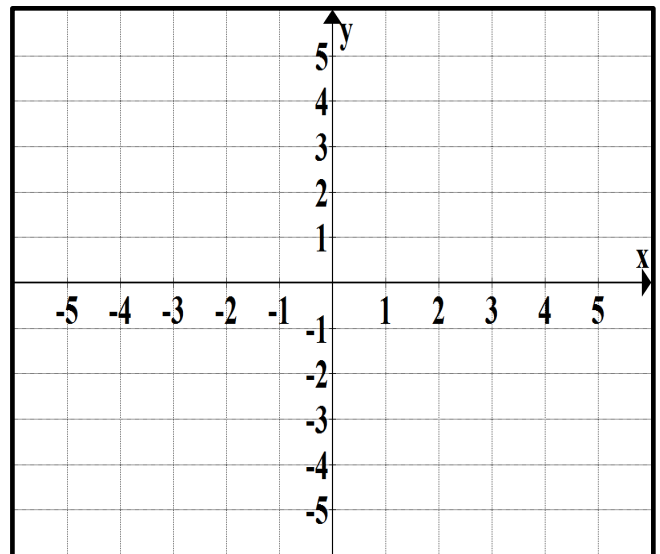
www.almanahj.com

س7): ارسم منحنى الدالة $y = \sqrt{x}$ ووضح العلاقة بين المنحنيات

$$3) y = \sqrt{x - 2}$$

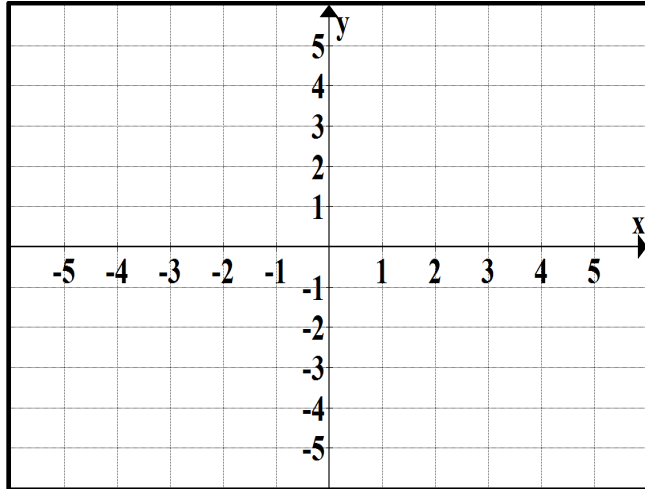


$$4) y = \sqrt{x + 2} + 1$$

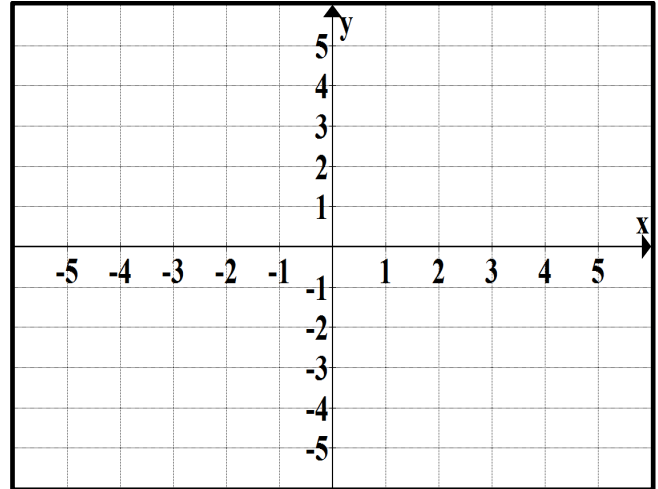


س8: ارسم بيان الدالة الآتية:-

1) $f(x) = [x], -2 \leq x \leq 3$



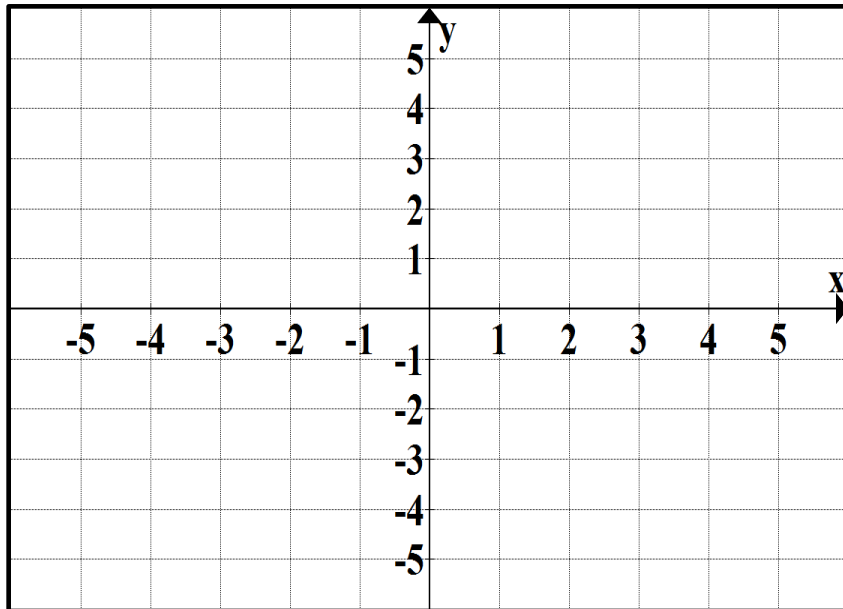
2) $f(x) = [x + 1], -3 \leq x \leq 2$



س9: ارسم بيان الدالة الآتية:-

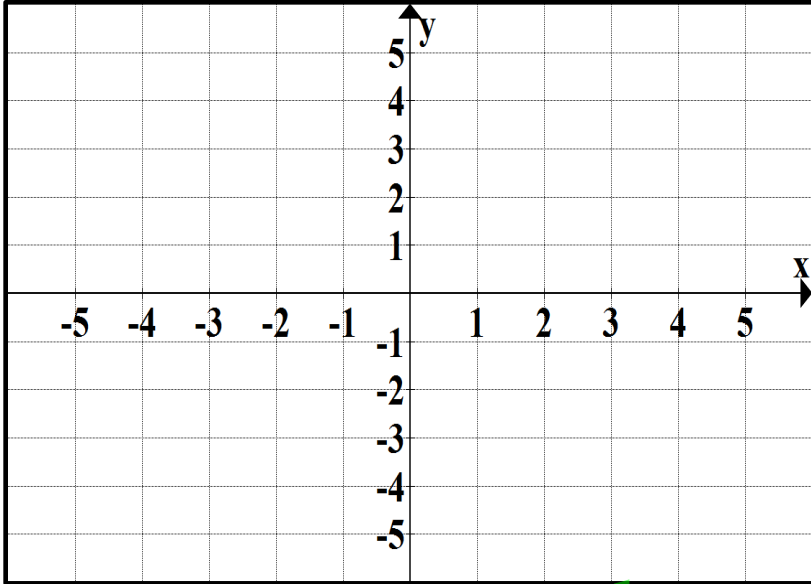
www.almanahj.com

$$f(x) = \begin{cases} -5 - 3x & , x \leq -1 \\ x^2 - 1 & , -1 < x \leq 2 \\ \sqrt{x+2} & , x > 2 \end{cases}$$



س10): ارسم ما يلي بيانيًا:

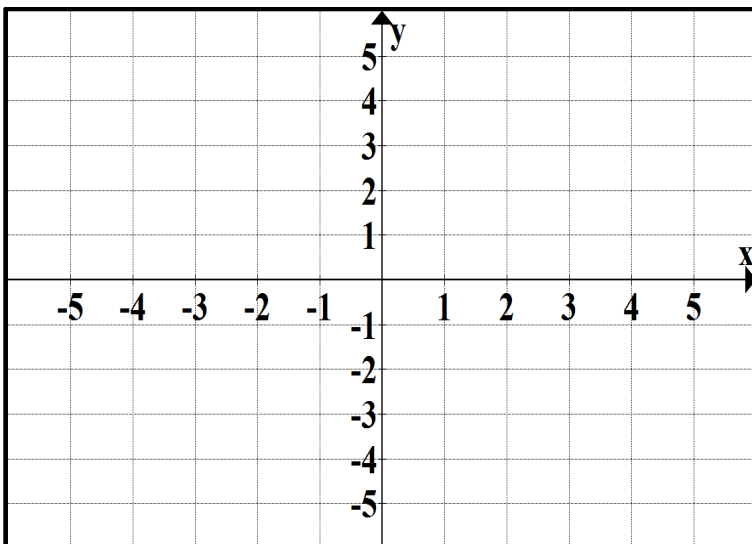
$$f(x) = \begin{cases} |x + 2| & , \quad x \leq -1 \\ x^2 & , \quad -1 < x \leq 2 \\ [x] & , \quad 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$



www.almanahj.com

س11): ارسم بيان الدالة الآتية:-

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2-x} & , \quad x < -2 \\ \left[\frac{1}{2}x\right] - 3 & , \quad -2 \leq x < 0 \\ (x-3)^2 - 1 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$



العمليات على الدوال

س1: إذا كان $f(x) = x^2 + x - 2$ و $g(x) = 4x - 8$ ، أوجد ما يلي واذكر المجال:
 (أ) $(f + g)(x)$

(ب) $(f - g)(x)$

(ج) $(f \cdot g)(x)$

(د) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

www.almanahj.com

(هـ) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

س2: إذا كان $f(x) = -x^2 + 3x$ و $g(x) = 3x^2 - 2x - 5$ ، أوجد ما يلي واذكر المجال:
 (أ) $(f + g)(x)$ ثم $(f + g)(-1)$

(ب) $(f - g)(x)$

(ج) $(f \cdot g)(x)$

(د) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

(هـ) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

تركيب دالتين :

س3: إذا كان $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = x^2 - 5x$ ، أوجد ما يلي:

(أ) $[f \circ g](x)$

(ب) $[g \circ f](x)$

(ج) $[g \circ f](-3)$

www.almanahj.com

س4: إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 6 - 3x$ ، أوجد ما يلي واذكر المجال:

(أ) $[f \circ g](x)$

(ب) $[g \circ f](x)$

س5 : لتكن

x	$f(x)$	$g(x)$
-1	5	2
2	-1	4

أوجد كلا من :-

a) $(g \circ f)(2)$

b) $(f \circ g)(-1)$

www.almanahj.com

س6 : لتكن $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x}$ ، $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & : x \geq 2 \\ [x] & : x < 2 \end{cases}$

A. وضح سبب انفصال الدالة $g(x)$ عند $x = 2$ ؟ مانوع الانفصال ؟

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$g(x)$							

B. أوجد $[f \circ g](3)$

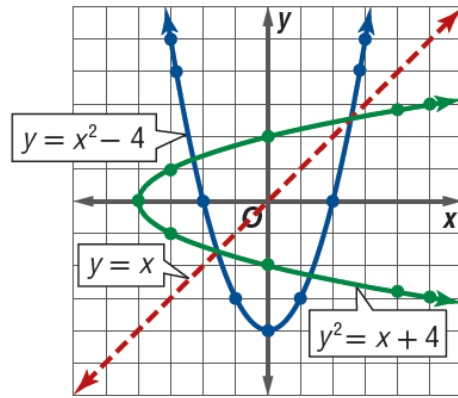
العلاقات العكسية والدوال

1 الدوال العكسية العلاقة الموضحة في الجدول A عبارة عن علاقة عكسية للعلاقة الموضحة في الجدول B. توجد **العلاقات العكسية** إذا كانت علاقة واحدة تتضمن (b, a) حينما تتضمن العلاقة الأخرى (a, b) . عند التعبير عن دالة في صورة معادلة، يمكن إيجاد العلاقة العكسية لها عن طريق التبادل بين المتغيرات المستقلة والتابعة. لاحظ ما يلي.

العلاقة

$$y = x^2 - 4$$

x	y
5	-3
0	-2
-3	-1
-4	0
-3	1
0	2
5	3

**علاقة عكسية**

$$x = y^2 - 4 \text{ أو } y^2 = x + 4$$

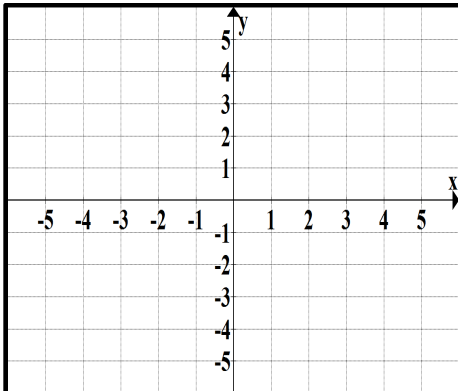
x	y
-3	5
-2	0
-1	-3
0	-4
1	-3
2	0
3	5

س1: أوجد العلاقات العكسية لما يأتي :- www.almanahj.com

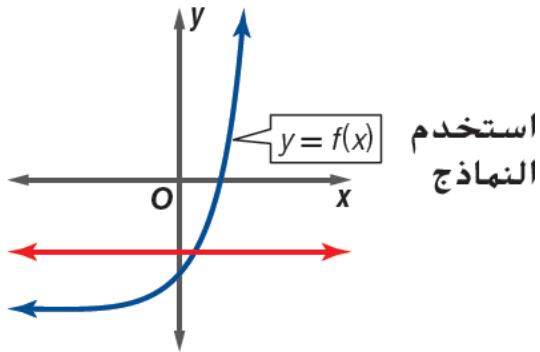
1) $\{(1, 3), (2, 5), (4, 3), (5, 2), (2, 4)\}$

2) $\{(1, 3), (2, 4), (1, 5), (2, -1)\}$

س2: إذا كانت الأزواج المرتبة الآتية $(1, -2), (2, 5), (4, -1)$ هي رؤوس مثلث فأوجد العلاقة العكسية لها وصف تمثيلها البياني

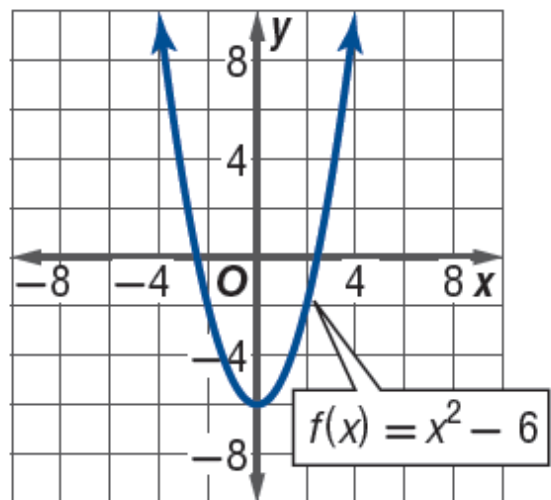
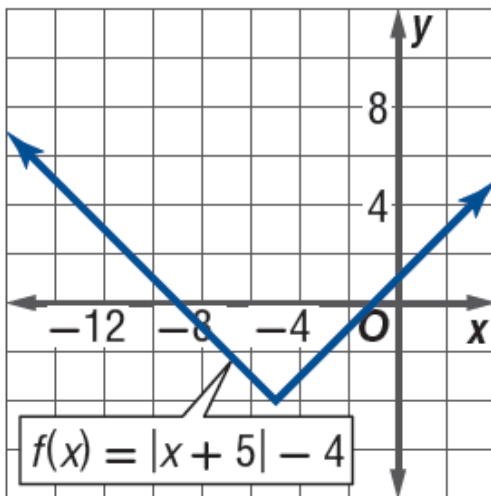
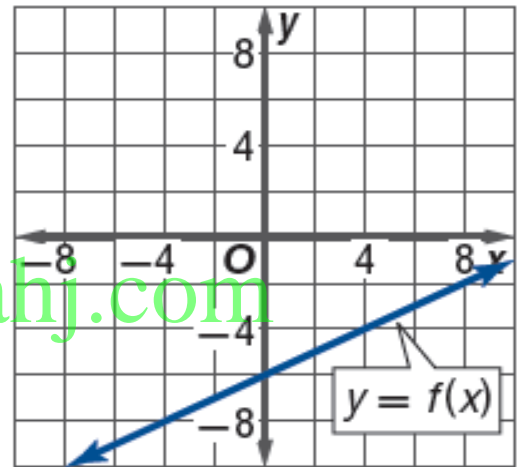
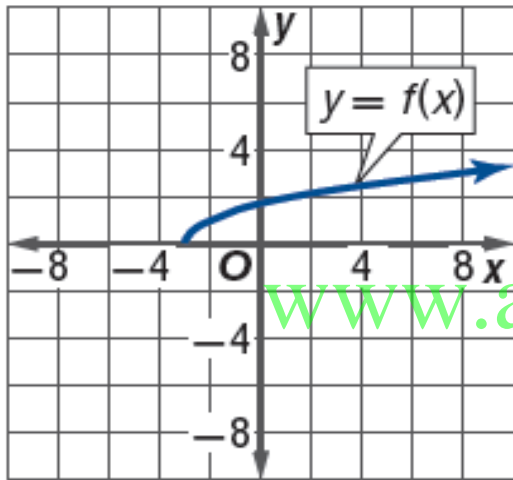


اختبار الخط الأفقي



دالة f لها دالة عكسية f^{-1} فقط إذا كان كل خط أفقي يتقاطع مع الرسم البياني للدالة في نقطة حدة على الأكثر.

س3): ارسم الدوال أو العلاقة العكسية f^{-1} لكل دالة على نفس الرسم :-



س4): اوجد الدالة العكسية للدوال الآتية :-

1) $f(x) = 4x - 5$

2) $f(x) = 7 + \sqrt{x}$

2) $f(x) = (x - 2)^2 + 3$

www.almanahj.com

س5): حدد إذا كانت f^{-1} موجودة . إذا كان الأمر كذلك فأنشئ جدولاً للدالة f^{-1}

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	14	11	8	10	11	16

x	-6	-4	-1	3	6	10
$f(x)$	-4	0	3	5	9	13

س6): حدد هل كل دالة هي دالة عكسية للأخرى أم لا؟ وضح إجابتك؟

$$1) f(x) = 4x + 9$$

$$2) f(x) = -6x + 3$$

$$g(x) = \frac{x - 9}{4}$$

$$g(x) = \frac{3 - x}{6}$$

www.almanahj.com

$$3) f(x) = \frac{x^2}{4} + 8$$

$$4) f(x) = -3x^2 + 5, x \geq 0$$

$$g(x) = \sqrt{4x - 32}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{5 - x}{3}}$$

س(7):

أوجد الدالتين f و g بحيث تكون $h(x) = [f \circ g](x)$. لا توجد دالة يمكن اعتبارها دالة محايدة $f(x) = x$.

$$a. h(x) = \sqrt{x^3 - 5}$$

$$b. h(x) = \frac{5}{(x-1)^2}$$

$$c. h(x) = 2x^2 + 12x + 18$$

$$d. h(x) = \frac{\sqrt{4+x}}{(x-1)^2}$$

www.almanahj.com

$$e. h(x) = |x-4| + 6$$

$$f. h(x) = \frac{6}{x+2} - 5$$