الوحدة 15

الدوائر

www.almanahj.com

السابق

- لقد تعلّمت عن علاقات القطع الدائرية والزوايا الخاصة في المثلثات.

الحالي

- في هذه الوحدة، سوف تقوم بما يلي:
  - تعلّم العلاقات بين الزوايا المركزية والأقواس والزوايا المحيطية في الدائرة.
  - تحديد القواطع والمماسات واستخدامها.
  - استخدام معادلة للتعرّف على دائرة أو وصفها.

لماذا؟

- **العلوم** إن الشكل الحقيقي لقوس القزح هو دائرةٌ كاملة. والجزء الذي يمكن رؤيته فوق الأفق هو قطعة خاصة من دائرة، ويدعى بالقوس.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستعداد للوحدة

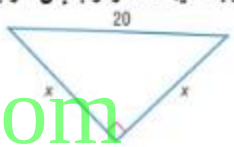
تدريب سريع

أوجد النسبة المئوية من كل عدد معطى مما يلي.

1. 26% من 500
2. 79% من 623
3. 19% من 82
4. 10% من 180
5. 92% من 90
6. 65% من 360

7. **البقشيش** تناول رجلٌ وزوجته طعام العشاء في مطعمٍ إيطالي، حيث بلغت قيمة الفاتورة AED 32.50. فإذا أرادا أن يتركا بقشيشًا بنسبة 18% ، فما المبلغ الذي ينبغي أن يتركاه؟

8. أوجد قيمة x. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة.



9. **الإنشاء** تضع ياسمين دعامة على لوح خشبي، كما هو موضّح على اليسار. أوجد طول اللوح المستخدم للدعامة.

أوجد حلّ كل معادلة مما يلي باستخدام الصيغة التربيعية. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

10. $5x^2 + 4x - 20 = 0$
11. $x^2 = x + 12$

12. **الألعاب النارية** قدمت الشركة الوطنية، وهي شركة احترافية للألعاب النارية، عرضًا خلال الاحتفال باليوم الوطني الإماراتي. وقد سار أحد الصواريخ المستخدمة في العرض وفق المسار الذي تمثّله الصيغة $d = 80t - 16t^2$ حيث t هو الزمن بالثواني. ولكن الصاروخ لم ينفجر.

مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد النسبة المئوية من كل عدد معطى مما يلي.

35 = (0.15)(35) من 15% بتغيير النسبة المئوية إلى كسرٍ عشري.

5.25 = اضرب.

إذًا، 15% من 35 تساوي 5.25.

مثال 2

أوجد قيمة x. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

$a^2 + b^2 = c^2$ نظرية فيثاغورس

$x^2 + 8^2 = 15^2$ التعويض.

$x^2 + 64 = 225$ بسّط.

$x^2 = 161$ اطرح.

$x = \sqrt{161} = 12.7$ تقريبًا

مثال 3

أوجد حل $x^2 + 3x - 40 = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية، وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ الصيغة التربيعية

$= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-40)}}{2(1)}$ التعويض

$= \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{2}$ بسّط.

$= 5 \text{ or } -8$ بسّط.

www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك للوحدة 15. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك. قد تحتاج إلى العودة إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات المطلوبة.

المطويات منظّم الدراسة

الدوائر أنشئ المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات الوحدة 10 عن الدوائر. وابدأ بتسع ورقات من ورق التمثيل البياني.

1 **ارسم** دائرة 20 سنتيمترًا على كل ورقة باستخدام الفرجار.

2 **قُصّ** كل ورقة من الأوراق.

3 **دبّس** الدوائر على بعد سنتيمتر واحد من الجانب الأيسر للأوراق.

4 **سَمِّ** الطيّات كما هو موضح.

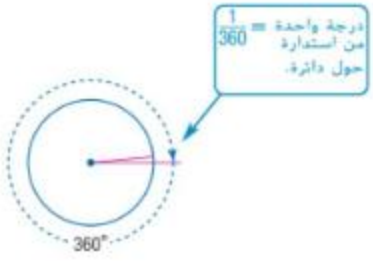
المفردات الجديدة

دائرة	circle
مركز	center
نصف القطر	radius
الوتر	chord
قطر الدائرة	diameter
محيط الدائرة	circumference
باي	π
محاط	inscribed
محيط	circumscribed
مماس	tangent

مراجعة المفردات

النقاط متّحدة المستوى نقاط تقع في المستوى نفسه

الدرجة $\frac{1}{360}$ من الدوران الدائري حول نقطة



www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 15-1 الدوائر والمحيط

السابق	الحالي	لماذا؟
• تعرّفت على أجزاء متوازيات الأضلاع واستخدمتها.	1 • تحديد أجزاء الدوائر واستخدامها. 2 • حلّ المسائل التي تشتمل على محيط دائرة.	• تتحرك لعبة **المقص** في مدينة الألعاب الموضحة بالشكل بسرعة جيدة وذهابًا ودور عكس اتجاه عقارب الساعة. وفي بعض الأوقات، يكون الركاب رأسًا على عقب على ارتفاع 42 مترا فوق سطح الأرض، بحيث يمرّون بتجربة "الزمن في الهواء"، وفيه يشعرون بانعدام الوزن. يساوي عرض اللعبة، أو قطرها، 13.2 مترًا. ويمكنك إيجاد المسافة التي يقطعها الراكب خلال دورة واحدة باستخدام هذا المقياس.

1 القطع في الدوائر

إن **الدائرة** هي المحل الهندسي لمجموعة من جميع نقاط المستوى متساوية البعد عن نقطة معطاة تدعى **مركز** الدائرة.

الدائرة C أو $\odot C$

للقطع التي تقطع دائرة أسماء خاصة.

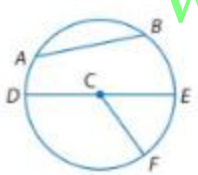
المفهوم الأساسي القطع الخاصة في دائرة

إن **نصف القطر** (جمعها أنصاف الأقطار) هو قطعة مستقيمة نقطتاها الطرفيتان تقع إحداهما في المركز والأخرى على الدائرة.

أمثلة $\overline{CD}$ و $\overline{CE}$ و $\overline{CF}$ هي أنصاف أقطار $\odot C$

الوتر قطعة مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على الدائرة.

أمثلة $\overline{AB}$ و $\overline{DE}$ هما وتران في $\odot C$.



القطر في دائرة هو وتر يمرّ من المركز ويتركّب من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

مثال $\overline{DE}$ هو قطر في $\odot C$. ويتركب القطر $\overline{DE}$ من نصفي القطر الواقعان على مستقيم واحد $\overline{CE}$ و $\overline{CD}$.

مثال 1 تحديد القطع في دائرة.

a. سمّ الدائرة وحدّد نصف قطر فيها.

يقع مركز الدائرة عند النقطة P. ولذا فهي تسمّى بالدائرة P أو $\odot P$. وهناك ثلاثة أنصاف أقطار موضّحة بالشكل: $\overline{PL}$ و $\overline{PN}$ و $\overline{PM}$.

b. حدّد وترًا وقطرًا في الدائرة.

موضّح وتران بالشكل: $\overline{JK}$ و $\overline{HG}$. $\overline{HG}$ يمر بالمركز، إذًا $\overline{HG}$ قطر بالدائرة.

تمرين موجّه

1. سمّ الدائرة، ونصف قطر ووتر وقطر فيها.

المفردات الجديدة

دائرة **circle**
مركز **center**
نصف القطر **radius**
الوتر **chord**
قطر الدائرة **diameter**
الدوائر متحدة المركز **concentric circles**
محيط الدائرة **circumference**
باي π
محاط **inscribed**
محيط **circumscribed**

التعرّف على التعريفات الدقيقة للزاوية، والدائرة، والمستقيم المتعامد، والمستقيم المتوازي، والقطعة المستقيمة استنادًا إلى المفاهيم غير المحددة للنقطة والخط المستقيم والمسافة على طول الخط المستقيم والمسافة حول القوس الدائري.
إثبات أن جميع الدوائر متشابهة.
استخدام نماذج الرياضيات.
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

قراءة في الرياضيات

الدقة نستخدم كلمتا نصف *القطر* و *القطر* لوصف طولين وقطعتين مستقيمتين. وبما أن للدائرة الكثير من أنصاف الأقطار والأقطار المختلفة، فإن الكلمتين نصف *القطر* و*القطر* تشيران إلى طولين وليس قطعتين مستقيمتين.

بالتعريف، فإن المسافة من مركز الدائرة إلى أي نقطة على محيطها هي واحدة دائمًا. ولذلك، فإن جميع الأقطار r في الدائرة متطابقة. وبما أن القطر d يتركّب من نصفي قطر، فجميع أقطار الدائرة متطابقة أيضًا.

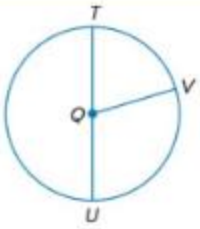
المفهوم الأساسي علاقات نصف القطر والقطر

إذا كان لدائرة نصف القطر r والقطر d، فإن العلاقات التالية تنطبق عليها.

قانون نصف القطر $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ **قانون القطر** $d = 2r$

مثال 2 إيجاد نصف القطر والقطر

إذا كان $QV = 8$ سنتيمترات، فما قطر $\odot Q$؟



$d = 2r$ قانون قطر الدائرة

$= 2(8) = 16$ عوّض وبسّط.

قطر الدائرة $\odot Q$ يساوي 16 سنتيمترًا.

تمرين موجّه

2A. إذا كان طول $TU = 14$ مترًا، فما هو نصف قطر الدائرة $\odot Q$؟

2B. إذا كان طول $QT = 11$ مترًا، فما هو طول QU؟

وكما الأشكال الأخرى، فيمكن لدائرتين أن تكونا متطابقتين أو متشابهتين أو أن تشتركا بعلاقات خاصة أخرى.

www.almanahj.com

مراجعة المفردات

النقاط متّحدة المستوى نقاط تقع في المستوى نفسه.

المفهوم الأساسي أزواج الدوائر

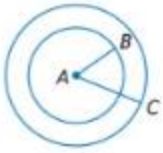
تكون الدائرتان متطابقتين إذا -وفقط إذا- كان بهما نصفا قطر متطابقين.

مثال $\overline{GH} \cong \overline{JK}$. إذًا $\odot G \cong \odot J$.

كل الدوائر متشابهة.

مثال $\odot X \sim \odot Y$

الدوائر متحدة المركز هي دوائر متّحدة في المستوى لها المركز نفسه.



مثال $\odot A$ التي بها نصف القطر $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي بها نصف القطر $\overline{AC}$ هما دائرتان متحدتان في المركز.

ستبرهن على أن جميع الدوائر متشابهة في التمرين 52.

يمكن لدائرتين أن تتقاطعا بطريقتين مختلفتين اثنتين.

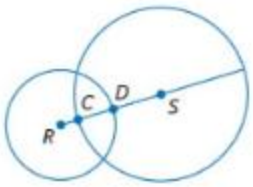
نقطتا تقاطع	نقطة تقاطع واحدة	لا توجد نقاط تقاطع

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تضم القطعة المستقيمة التي تربط مركزي الدائرتين المتقاطعتين نصفي قطري الدائرتين.

مثال 3 إيجاد قياسات الدوائر المتقاطعة

قطر الدائرة S ⊙ يساوي 30 وحدة، وقطر الدائرة R ⊙ يساوي 20 وحدة، و $DS = 9$ وحدات. أوجد CD.



بما أن قطر S ⊙ يساوي 30، $CS = 15$.
$\overline{CD}$ جزء من نصف القطر $\overline{CS}$.

$CD + DS = CS$	مسلّمة جمع القطع المستقيمة
$CD + 9 = 15$	بالتعويض
$CD = 6$	بطرح 9 من كل طرف.

تمرين موجّه

3. استخدم التمثيل البياني أعلاه لإيجاد RC.

2 محيط الدائرة

محيط الدائرة هو المسافة الموجودة حول الدائرة. وحسب التعريف، فإن النسبة $\frac{C}{d}$ تكون عددًا غير نسبي يطلق عليه **pi (π)**. ويمكن اشتقاق قانونين لحساب محيط الدائرة من خلال استخدام هذا التعريف.

$\frac{C}{d} = \pi$	تعريف pi
$C = \pi d$	اضرب كل طرف في d.
$C = \pi(2r)$	$d = 2r$
$C = 2\pi r$	بسّط.

www.almanahj.com

المفهوم الأساسي محيط الدائرة

الشرح إذا كان لدائرة القطر d ونصف القطر r، فإن المحيط C يساوي القطر مضروبًا بالعدد باي أو ضعف نصف القطر مضروبًا بالعدد باي.

الرموز $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

مثال 4 من الحياة اليومية إيجاد محيط الدائرة

كرة المضرب **أوجد محيط منصة هبوط الطائرات الموصوفة على الجهة اليمنى.**

$C = \pi d$	قانون محيط الدائرة
$= \pi(79)$	بالتعويض
$= 79\pi$	بسّط.
≈ 248.19	استخدم آلة حاسبة.

يساوي محيط منصة هبوط الطائرات 79π مترًا أو حوالي 248.19 مترًا.

تمرين موجّه

أوجد محيط كل دائرة موصوفة، وقرّب إلى أقرب جزء من مئة.

4A. نصف القطر = 2.5 سنتيمتر **4B.** القطر = 5 أمتار

الربط بالحياة اليومية

في عام 2005، لعب روجيه فيدرير وأندريه أغاسّي كرة المضرب على منصة هبوط الطائرات الحوامة في برج العرب بالإمارات العربية المتحدة. وكان قطر منصة الهبوط يساوي 24 مترًا وارتفاعها قرابة 21 مترًا.

المصدر: برج العرب، مباني إمبوريس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن استخدام قوانين محيط الدائرة أيضًا لتحديد قطر دائرة ونصف قطرها عندما يكون محيط الدائرة معلومًا.

مثال 5 إيجاد قطر الدائرة ونصف قطرها

أوجد قطر دائرة ونصف قطرها مقربين إلى أقرب جزء من مئة إذا كان محيط الدائرة يساوي 106.4 ملليمترات.

$C = \pi d$	قانون المحيط	$r = \frac{1}{2}d$	قانون نصف القطر
$106.4 = \pi d$	بالتعويض	$\approx \frac{1}{2}(33.87)$	$d \approx 33.87$
$\frac{106.4}{\pi} = d$	بقسمة كل طرف على π.	≈ 16.94 mm	استخدم حاسبة.
$33.87 \text{ mm} \approx d$	استخدم حاسبة.		

تمرين موجّه

5. أوجد قطر دائرة ونصف قطرها مقربين إلى أقرب جزء من مئة إذا كان محيط الدائرة 77.8 سنتيمترًا.

نصيحة دراسية

مستويات الدقة بما أن π غير نسبي، فلا يمكن أن تعطى قيمته في صورة كسر عشري منتهٍ. ويعطي استخدام القيمة 3 لـ π تقديرًا سريعًا في الحسابات. بينما يعطي استخدام القيمة 3.14 أو $\frac{22}{7}$ تقريبًا أدق. وللتوصل إلى التقريب الأكثر دقة، استخدم الزر π على الآلة الحاسبة. وما لم يذكر خلاف ذلك، افترض أننا استخدمنا في هذا النص آلة حاسبة بها الزر π للحصول على الإجابات.

يكون المضلع **محاطًا** بدائرة إذا كانت جميع رؤوسه تقع على الدائرة. وتعدّ الدائرة **محيطةً** للمضلع إذا كانت تضمّ رؤوس المضلع جميعها.

- المضلع $LMNP$ محاط بالدائرة K.
- الدائرة K محيطة للشكل الرباعي $LMNP$.

مثال 6 على الاختبار المعياري محيط مضلع محاط بدائرة

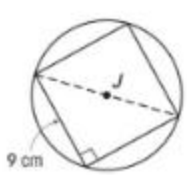
إجابة قصيرة مربع طول ضلعه 9 سنتيمترات محاط بالدائرة J. أوجد المحيط الدقيق للدائرة J.

قراءة فقرة الاختبار

ينبغي عليك إيجاد قطر الدائرة واستخدامه لحساب محيطها.

حل فقرة الاختبار

أولاً، صمم رسمًا تخطيطيًا. قطر المربع هو قطر الدائرة وهو وتر مثلث قائم.



$a^2 + b^2 = c^2$	نظرية فيثاغورس
$9^2 + 9^2 = c^2$	بالتعويض
$162 = c^2$	بسّط.
$9\sqrt{2} = c$	خذ الجذر التربيعي الموجب لكل طرف.

قطر الدائرة يساوي $9\sqrt{2}$ سنتيمترات.

أوجد محيط الدائرة بدلالة π عن طريق التعويض بـ $9\sqrt{2}$ عن d في $C = \pi d$.

المحيط الدقيق هو $9\sqrt{2}$ سنتيمترات.

نصيحة دراسية

الدائرة المحيطية إن *الدائرة المحيطية* هي دائرة تمر بجميع رؤوس مضلع.

تمرين موجّه

أوجد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المضلع المعطى.

6A. مثلث قائم الزاوية محاط بدائرة وساقاه طولهما 7 أمتار و 3 أمتار

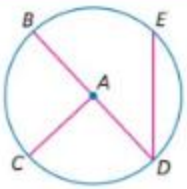
6B. مربع محيط بدائرة طول ضلعه 10 أمتار

www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **من أجل التمارين 4–1، عد إلى $A\odot$.**

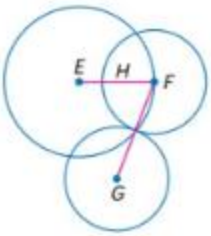


1. سمّ الدائرة.
2. حدّد كلاً مما يلي.

a. وترا b. قطرًا c. نصف قطر

3. إذا كان $BA = 5$ سنتيمترات، فأوجد CA.
4. إذا كان $CA = 7$ أمتار، فما قياس قطر الدائرة؟

مثال 3 **أقطار الدوائر $E\odot$، و $F\odot$، و $G\odot$ تساوي 14 مترًا، و 5 أمتار، و 9 أمتار على التوالي. أوجد قياس كل مما يلي.**



5. FG
6. EH

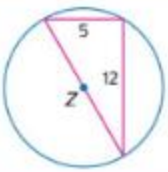
مثال 4

7. **الكعك** يبلغ قياس قطر قالب الكعك الموضّح 20 cm. فما قياس نصف قطر قالب الكعك ومحيطه؟ قرب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

8. **التاريخ** يبلغ محيط مدرج كولوسيوم الروماني 545 مترا. فما قياس قطر الكولوسيوم ونصف قطره؟ قرب إلى أقرب جزء من مئة.

www.almanahj.com

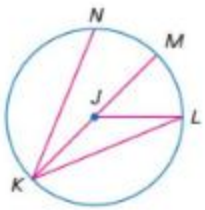
مثال 5



9. **الإجابة القصيرة** المثلث الموضح محاط بالدائرة $Z\odot$. أوجد المحيط الدقيق للدائرة $Z\odot$.

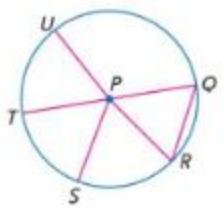
التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **من أجل التمارين 13–10، عد إلى $J\odot$.**



10. سمّ مركز الدائرة.
11. حدّد وترا هو قطر أيضًا في الدائرة.
12. هل LK نصف قطر؟
13. إذا كان $KM = 32$ cm. فما JL؟

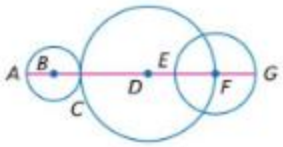
من أجل التمارين 17–14، عد إلى $P\odot$.



14. حدّد وترا ليس قطرًا في الدائرة.
15. إذا كان قياس TP يساوي 38 سنتيمترا. فما قياس قطر الدائرة؟
16. هل $TQ \cong UP$؟ اشرح.
17. إذا كان $TQ = 56$ cm. فما قياس PR؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3



⊙B نصف قطرها يساوي 3 وحدات، و ⊙D نصف قطرها يساوي 7 وحدات، و ⊙G نصف قطرها يساوي 5 وحدات. أوجد قياس كل مما يلي.

18. EF
19. BG
20. BD
21. AH

مثال 4

22. **الساعات** أوجد نصف قطر الساعة الموضّحة ومحيطها. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

23. **المجوهرات** يبلغ محيط السوار الموضّح 20 cm . فأوجد نصف قطر السوار وقطره. قرب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

مثال 5

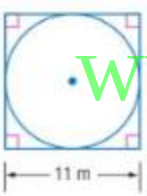
أوجد قطر الدائرة ذات المحيط المُعطى ونصف قطرها. قرب إلى أقرب جزء من مئة.

24. 13 m
25. 176 سنتيمترًا
26. 43.98 cm
27. 201.06 m

مثال 6

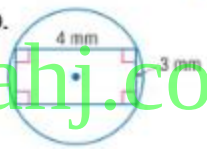
الاستنتاج المنطقي أوجد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المضلّع المحاط أو المحيط بها.

28.

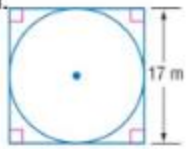


29.

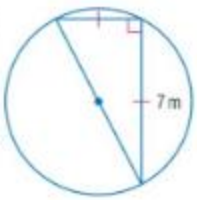
30.



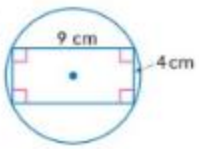
31.



32.

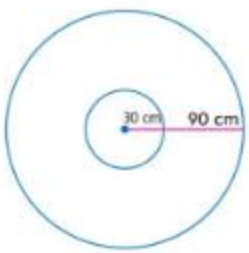


33.



34. **التسييج** يحيط سعيد حديقته دائرية الشكل بسياج لمنع الغزلان من الدخول إليها. ويتكلف السياج 4 AED للمتر. إذا كان نصف قطر حديقته يساوي 15 مترًا، فأوجد التكلفة الإجمالية للسياج. قرّب إلى أقرب فلس.

35. **الفسيفساء** تصمّم وفاء قطعة فسيفساء دائرية الشكل لتزيين دورة المياه الخاصة بها. وموضّح رسم تخطيطي للفسيفساء.



a. ما المحيط التقريبي للفسيفساء؟

b. إذا غيرت وفاء خطتها بحيث يكون محيط الدائرة الداخلية 300 cm. فكم ينبغي أن يكون قياس نصف قطر قطعة الفسيفساء مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة من المتر؟

www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مُعطى فيما يلي نصف قطر دائرةٍ أو قطرها أو محيطها. أوجد كلاً من القياسات الناقصة مقربًا إلى أقرب جزء من مئة.

36. $d = 16.5$ m $r = ?, C = ?$

37. $C = 72x$ m, $d = ?, r = ?$

38. $r = 14.5$ m, $d = ?, C = ?$

39. $d = 14x$ وحدة , $r = ?, C = ?$

حدّد ما إذا كانت الدوائر المو ّضحة في الأشكال التالية تبدو متطابقة أم مُتحدة المركز أم لا شيء من ذلك.

40.

41.

42.

43. ألعاب الملاهي نجمة نانتشانج هي عجلة فيريس موجودة في الصين، ويبلغ قطرها 157.5 مترًا. فإذا كانت المسافة بين كل من الجندولات التي يركب فيها الأشخاص تبلغ 8.25 أمتار تقريبًا، فكم يبلغ العدد الإجمالي للجندولات الموجودة في اللعبة؟

www.almanahj.com

44. المرايا إذا كان نصف قطر مرآة يساوي 30 سنتيمترًا، وعرض إطارها يساوي 7.5 سنتيمترات، فما المحيط الإجمالي للمرآة؟

45. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف نسبة محيطات الدوائر متحدة المركز.

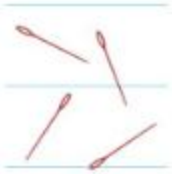
a. هندسيًا استخدم فرجارًا لرسم ثلاث دوائر متحدة المركز يكون فيها معامل المقياس من كل دائرة إلى التي تليها هو 1:2. سمّ الدوائر A و B و C. سمّ طول نصف قطر كل دائرة.

b. جدوليًا انسخ الجدول التالي وأكمله.

الدائرة	نصف القطر	نسبة نصف القطر ونصف قطر الدائرة A	المحيط	نسبة المحيط ومحيط الدائرة A
A				
B				
C				

c. لفظيًا خمن النسبة بين محيطي دائرتين نصفا قطريهما مختلفان.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف



46. إبرة بوفون قِس طول ℓ إبرة (أو عود لتنظيف الأسنان) بالسنتيمتر. ثم ارسم مجموعة مستقيمات أفقية تبعد عن بعضها بمسافة ℓ سنتيمترًا على ورقة بيضاء فارغة.

a. اسقط الإبرة على الورقة. وحين تحطّ الإبرة على الورقة، سجّل إن كانت تلمس أحد المستقيمات. ودوّن عدد مرات إصابة خطٍ بعد 25 و 50 و 100 عملية إسقاط.

b. احسب النسبة بين ضعف عدد مرات السقوط وبين عدد مرات إصابة مستقيم بعد 25 و 50 و 100 عملية إسقاط.

c. ما الرابط بين القيم التي توصلت إليها في الجزء b وبين π؟

47. الرياضة موضح هدف مستخدم في لعبة الرماية. وتشير المسميات الموجودة على الرسم التخطيطي إلى طول نصف قطر الحلقات (بالسنتيمتر).

a. كم يزيد محيط الحلقة البيضاء عن الحلقة الصفراء؟

b. إذا زاد نصف قطر كل دائرة بمقدار سنتيمتر واحد، فكم سيكون مقدار تغير محيط الهدف؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

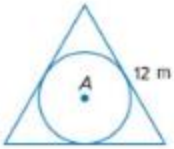
48. الكتابة في الرياضيات اشرح الفروق بين الدوائر المتطابقة والدوائر متحدة المركز.

www.almanahj.com

49. التبرير هل العبارة التالية تكون أحيانًا، أم دائمًا، أم لا تكون مطلقًا صحيحة. إذا أحاطت دائرة بمربع، فإن مساحة الدائرة تكون أكبر من مساحة المربع.

50. تحدٍ في الشكل، $\odot A$ محاطة بالمثلث متساوي الأضلاع BCD.

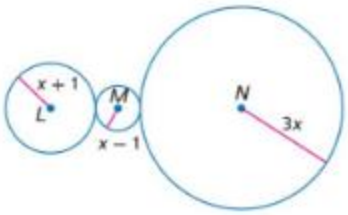
فما محيط $\odot A$؟



51. التبرير هل المسافة بين أي نقطتين على دائرة تكون أحيانًا أم دائمًا أم لا تكون مطلقًا أصغر من قطر الدائرة؟

52. تحليل الخطأ تعتقد هيام أن طول نصف قطر في دائرة محيطها 25 مترًا يساوي تقريبًا 8 أمتار، ولكن هناء تعتقد أنه يساوي تقريبًا 16 مترًا. هل أي منهما على صواب؟

53. تحدٍ إذا كان مجموع محيطات الدوائر L و M و N يساوي 30π، فأوجد x.

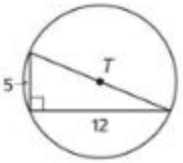


54. الكتابة في الرياضيات ابحث عن طريقة أرشميدس لتقريب Pi، واكتب عنها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

55. الإجابة الشبكية ما محيط الدائرة T⊙؟ قرّب لأقرب جزء من عشرة.



56. ما قياس نصف قطر طاولة محيطها 3 أمتار؟

A 0.48 m
B 0.75 m
C 0.96 m
D 1.5 m

57. الجبر يخطط يوسف بستانًا دائريًا لزراعة الخضروات، مع وجود سور يطوّق حدود البستان. فإذا كان يُسمح له أن يستخدم طولاً يصل إلى 50 مترا من أجل السور، فما قياس نصف القطر الذي يمكنه استخدامه من أجل البستان؟

F 10 G 9 H 8 J 7

58. SAT/ACT ما طول نصف قطر دائرة مساحتها $\frac{\pi}{4}$ وحدات مربعة؟

A 0.4 وحدات
B 0.5 وحدات
C وحدتان
D 4 وحدات
E 16 وحدة

مراجعة شاملة

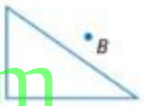
انسخ كلاً من الأشكال إضافةً إلى النقطة B. ثم استخدم مسطرة لرسم صورة الشكل الذي مركزه B بعد تغيير الأبعاد وفق معامل القياس المحدّد r.

59. $r = \frac{1}{5}$

60. $r = \frac{2}{5}$

61. $r = 2$

62. $r = 3$



www.almanahj.com

حدّد ما إذا كان كل شكل مما يلي له تناظرًا دورانيًا. إذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل، وحدّد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

63.

64.

65.

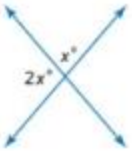
66.

مراجعة المهارات

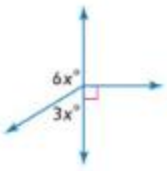
أوجد قيمة x.

67.

68.



69.



70.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

15-2 الأقواس والأوتار

السابق
- لقد استخدمت العلاقات بين الأقواس والزوايا لإيجاد القياسات.

الحالي
1. التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار واستخدامها.
2. التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار و الأقطار واستخدامها.

لماذا؟
- تستخدم إطارات التطريز في الحياكة وخياطة الملاحف والتطريز المتصالب والعادي. كل نقطتين طرفيتين في ندفة الثلج المبيّنة هما نقطتان طرفيتان لوترٍ وقوسٍ في الوقت نفسه.

تحديد العلاقات بين الزوايا المحاطة وأنصاف الأقطار والأوتار ووصفها.

تطبيق الطرق الهندسية لحل المسائل (مثل تصميم جسم أو هيكل لاستيفاء القيود الفيزيائية أو تقليل التكلفة، أو العمل بالأنظمة الشبكية المطبعية القائمة على النسب)★

استخدام نماذج الرياضيات.

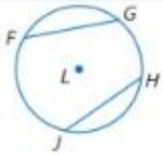
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 الأقواس والأوتار

القوس هو قطعة مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على محيط الدائرة. وإذا لم يكن الوتر قطرًا، إذًا فإن نقطتيه الطرفيتين تقسمان الدائرة إلى قوسٍ أكبر وقوسٍ أصغر.

النظرية 15.1

الشرح في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق قوسان أصغران فقط وفقط إذا كان وتراهما المتناظران متطابقين.



مثال $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$ إذا وفقط إذا كان $\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{HJ}$

www.almanahj.com

البرهان النظرية 15.1 (الجزء 1)

المعطيات: $\odot P; \overline{QR} \cong \overline{ST}$

المطلوب: $\overline{QR} \cong \overline{ST}$

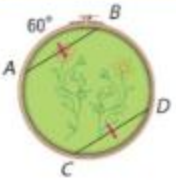
البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\odot P, \overline{QR} \cong \overline{ST}$	1. المعطيات
2. $\angle QPR \cong \angle SPT$	2. إذا كان القوسان $\cong$، فإن $\measuredangle$ المركزيان المتناظران أيضًا $\cong$.
3. $\overline{QP} \cong \overline{PR} \cong \overline{SP} \cong \overline{PT}$	3. جميع أنصاف الأقطار في دائرة متطابقة $\cong$.
4. $\triangle PQR \cong \triangle PST$	4. مسلّمة ضلعين وزاوية
5. $\overline{QR} \cong \overline{ST}$	5. مسلمة تطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة

ستبرهن على الجزء 2 من النظرية 15.1 في التمرين 25.

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام الأوتار المتطابقة لإيجاد قياس قوس

الحرف اليدوية في إطار التطريز، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $m\overset{\frown}{AB} = 60$. أوجد $m\overset{\frown}{CD}$.



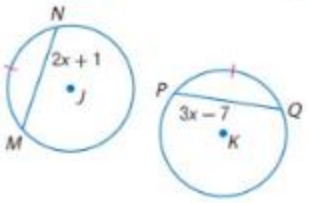
$\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ وتران متطابقان، إذًا القوسان المتناظران $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{CD}$ متطابقان. $m\overset{\frown}{AB} = m\overset{\frown}{CD} = 60$

تمرين موجّه

1. إذا كان $m\overset{\frown}{AB} = 78$ في إطار التطريز، فأوجد $m\overset{\frown}{CD}$.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © تأليف والنشر حقوق

مثال 2 استخدام الأقواس المتطابقة لإيجاد أطوال الأوتار



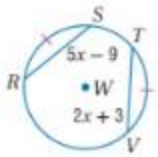
الجبر في الشكلين، لدينا $\odot J \cong \odot K$ و $\overset{\frown}{MN} \cong \overset{\frown}{PQ}$. أوجد PQ.

$\overline{MN}$ و $\overline{PQ}$ قوسان متطابقان في دائرتين متطابقتين، إذًا الوتران المتناظران $\overline{MN}$ و $\overline{PQ}$ متطابقان.

$MN = PQ$	تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
$2x + 1 = 3x - 7$	التعويض
$8 = x$	بسّط.

إذًا، $PQ = 3(8) - 7 = 17$.

تمرين موجّه



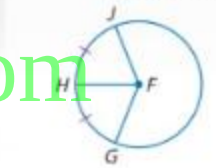
2. في $\odot W$، $\overset{\frown}{RS} \cong \overset{\frown}{TV}$. أوجد RS.

2 الأقواس والأوتار المنصّفة

المنصّفة إذا قسم مستقيم أو قطعة مستقيمة أو شعاع قوسًا إلى قوسين متطابقين، إذًا فهو ينصّف ذلك.

نصيحة دراسية

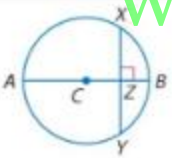
منصّفات الأقواس في الشكل التالي، $\overline{FH}$ هو منصّف القوس $\overset{\frown}{JG}$.



النظريات

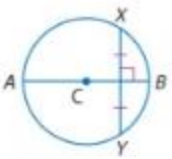
www.almanahj.com

15.2 إذا كان أحد أقطار دائرة (أو أحد أنصاف أقطارها) عموديًا على وترٍ فيها، إذًا فإنه ينصّف الوتر وقوسه.



مثال إذا كان القطر $\overline{AB}$ عموديًا على الوتر $\overline{XY}$، إذا $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}$ و $\overset{\frown}{XB} \cong \overset{\frown}{BY}$.

15.3 المنصّف العمودي لوترٍ يكون قطرًا (أو نصف قطرٍ) في الدائرة.



المثال إذا كان $\overline{AB}$ منصفًا عموديًا للوتر $\overline{XY}$، إذًا $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.

ستثبت النظريتين 15.2 و 15.3 في التمرينين 26 و 28، على التوالي.

مثال 3 استخدام نصف قطر عمودي على وتر

$\odot S$، $m\overset{\frown}{PQR} = 98$. أوجد $m\overset{\frown}{PQ}$.

نصف القطر $\overline{SQ}$ عمودي على الوتر $\overline{PR}$. إذًا بموجب النظرية 10.3، $\overline{SQ}$ ينصّف $\overset{\frown}{PQR}$. ولذا، $m\overset{\frown}{PQ} = m\overset{\frown}{QR}$.

بالتعويض، $m\overset{\frown}{PQ} = \frac{98}{2}$ أو 49.

تمرين موجّه

3. في الدائرة $\odot C$، أوجد PR.

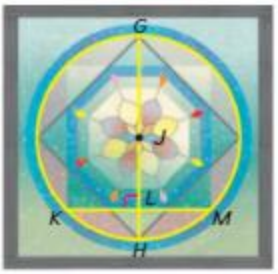
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الربط بالحياة اليومية

لتشكيل النوافذ الزجاجية الملوّنة، يسخّن الزجاج إلى حرارة 2000 درجة مئوية، إلى أن يصبح قوامه مشابهًا لقوام الحلوى. وتنتج الألوان عبر إضافة أكاسيد معدنية.

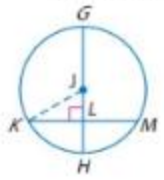
المصدر: الزجاج الفني الملون لربح

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام قطر عمودي على وتر



الزجاج الملون في النافذة المصنوعة من الزجاج الملون، يبلغ طول القطر $\overline{GH}$ 57 سنتيمترًا، ويبلغ طول الوتر $\overline{KM}$ 55 سنتيمترًا. أوجد JL.

الخطوة 1 ارسم نصف القطر $\overline{JK}$.



يشكّل هذا مثلثًا قائمًا $\triangle JKL$.

الخطوة 2 أوجد JK و KL.

بما أن $GH = 75$ سنتيمترًا، فإن $JH = 37.5$ سنتيمترًا. وبما أن جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة، إذًا $JK = 37.5$ سنتيمترًا

بما أن القطر $\overline{GH}$ عمودي على $\overline{KM}$، فإن $\overline{GH}$ ينصّف الوتر $\overline{KM}$ بموجب النظرية 10.3. إذًا، $KL = \frac{1}{2}(55)$ أو 27.5 سنتيمترًا.

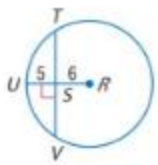
الخطوة 3 استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد قيمة JL.

$KL^2 + JL^2 = JK^2$	نظرية فيثاغورس
$27.5^2 + JL^2 = 37.5^2$	$JK = 37.5$ و $KL = 27.5$
$756.25 + JL^2 = 1{,}406.25$	بسّط.
$JL^2 = 650$	اطرح 756.25 من كل طرف.
$JL = \sqrt{650}$	خذ الجذر التربيعي الموجب لكل طرف.

إذًا، طول JL يساوي $\sqrt{650}$ أو حوالي 25.50 سنتيمترًا.

تمرين موجّه

4. في الدائرة $\odot R$، أوجد TV. قرّب إلى أقرب جزء من مئة.



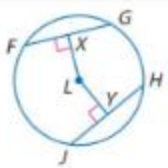
نصيحة دراسية

رسم القطع المستقيمة يمكنك إضافة أي معلومات تعرفها إلى الشكل لتساعدك في حل المسألة. في المثال 4، رُسم نصف القطر $\overline{JK}$.

إضافةً إلى النظرية 15.1 ، يمكنك استخدام النظرية التالية لتحديد ما إذا كان وتران في دائرة متطابقين.

النظرية 15.4

الشرح في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق وتران فقط وفقط إذا كانا متساويي البعد عن المركز.



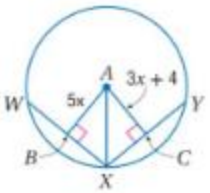
مثال $\overline{FG} \cong \overline{JH}$ إذا وفقط إذا كان $LX = LY$.

www.almanahj.com

McGraw-Hill Education مؤسسة المنهج وأنابيد © محفوظة لصالح حقوق الطبع

مثال 5 الأوتار متساوية البعد عن المركز

الجبر في الدائرة $\odot A$، لديك $WX = XY = 22$. أوجد AB.



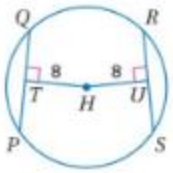
بما أن الوترين $\overline{WX}$ و $\overline{XY}$ متطابقان، فهما على مسافة متساوية من A. إذًا $AB = AC$.

$AB = AC$

$5x = 3x + 4$ بالتعويض

$x = 2$ بسّط.

إذًا $AB = 5(2)$ أو 10.



تمرين موجّه

5. في الدائرة $\odot H$، $PQ = 3x - 4$ و $RS = 14$. أوجد x.

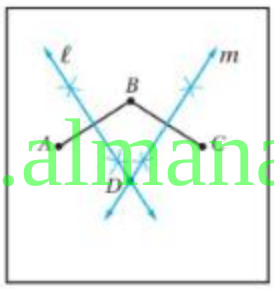
يمكنك استخدام النظرية 15.4 لإيجاد النقطة متساوية البعد عن ثلاث نقاط لا تقع على استقامةٍ واحدة.

الإنشاء رسم دائرة تمرّ بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

الخطوة 1

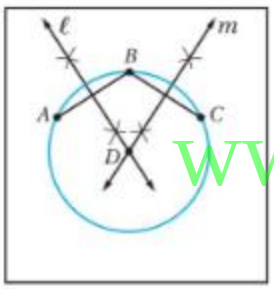
ارسم ثلاث نقاط A، وB، وC لا تقع على استقامة واحدة. ثم ارسم القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$.

الخطوة 2



ارسم المنصّفين العموديين ℓ و m على $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$. وسمّ نقطة التقاطع D.

الخطوة 3



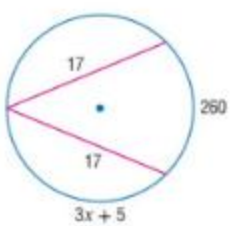
بموجب النظرية 15.3، يمر المستقيمان ℓ و m بالنقطة D. ضع سن الفرجار على D، وارسم دائرة تمر بالنقاط A، وB، وC.

www.almanahj.com

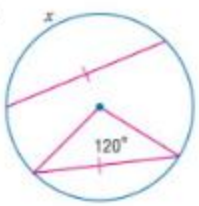
التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **الجبر** أوجد قيمة x.

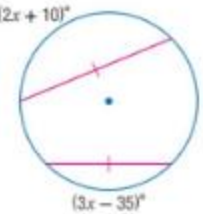
1.



2.



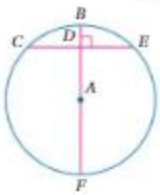
3.



المثالان 3 و 4 في $\odot A$، $CE = 12$ و $m\widehat{CBE} = 150$. أوجد قياس كل مما يلي.

4. DE

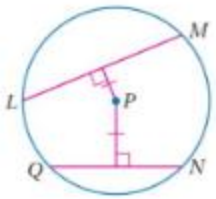
5. $m\widehat{BE}$



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

مثال 5

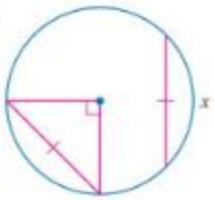
6. في $\odot P$، $LM = 2x + 1$، $QN = 3x - 6$. أوجد x.



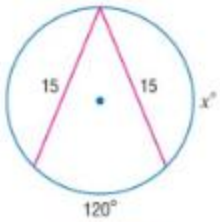
التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **الجبر** أوجد قيمة x.

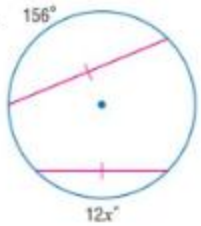
7.



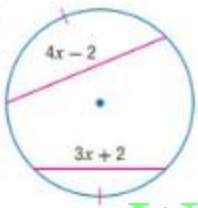
8.



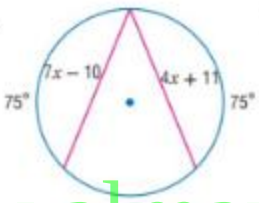
9.



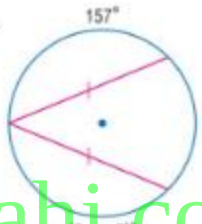
10.



11.

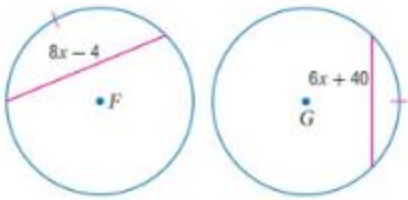


12.



www.almanahj.com

13. $\odot F \cong \odot G$



14. $\odot E \cong \odot M$

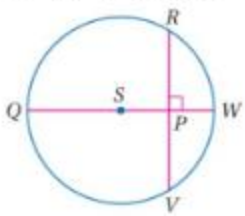
15. **الموسيقى** تتعلم إيمان كيفية العزف على الجيتار. وتوجد في الجيتار الخاص بها 6 أوتار ممدودة فوق فتحة الصوت. فإذا كان كل من الوترين الخارجيين وترا E ، وكانت المسافة بين الأوتار الممدودة على فتحة الصوت متساوية، فهل يكون لكل من الوترين E الطول ذاته على فتحة الصوت؟ اشرح.

المثالان 3 و 4

في $\odot S$، القطر يساوي 38، و $RV = 20$. أوجد قياس كل مما يلي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

16. PV

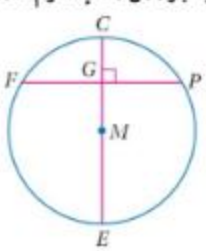
17. PW



في $\odot M$، القطر يساوي 22، و $FP = 18$، $m\widehat{FP} = 76$ أوجد قياس كل مما يلي، وقرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

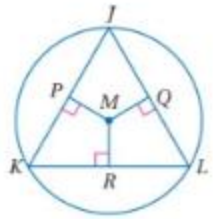
18. $m\widehat{CP}$

19. GM



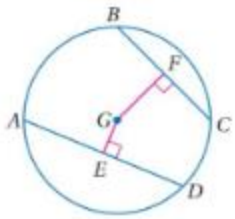
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

20. **الهندسة** موضّح على اليسار مثلث محاط بالدائرة $\odot M$. إذا كان $PM = MQ = MR$ ، اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن ΔJKL متساوي الأضلاع.

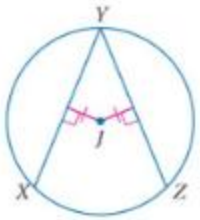


مثال 5

21. **الجبر** في $\odot G$، $EF \cong FG$، $BC = 12x - 26$، $AD = 9x + 28$. فما قيمة x؟



22. **الجبر** في $\odot J$، $XY = 13x - 30$ و $YZ = 7x + 6$. فما قيمة x؟



البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

23. **المعطيات:** $\odot P$، $\overline{KM} \perp \overline{JP}$

المطلوب: $\overline{JP}$ ينصف $\overline{KM}$ و $\widehat{KM}$

www.almanahj.com

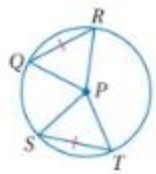
البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

24. برهان حرّ

للنظرية 15.1، الجزء 2

المعطيات: $\odot P$، $\overline{QR} \cong \overline{ST}$

المطلوب: $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$

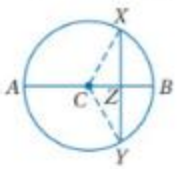


25. برهان من عمودين

للنظرية 15.2

المعطيات: $\odot C$، $\overline{AB} \perp \overline{XY}$

المطلوب: $\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$، $\widehat{XB} \cong \widehat{YB}$



26. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 15.3.

البرهان اكتب برهانًا من عمودين للجزء المشار إليه من النظرية 15.4

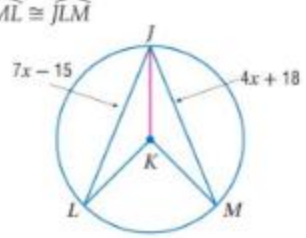
27. في الدائرة، إذا كان الوتران على مسافة متساوية من المركز، إذًا فهما متطابقان.

28. في الدائرة، إذا كان الوتران متطابقين، إذًا فإنهما يكونان على مسافة متساوية من المركز.

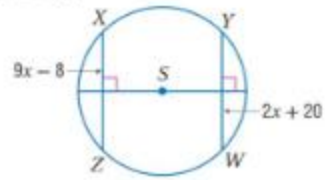
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الجبر أوجد قيمة x.

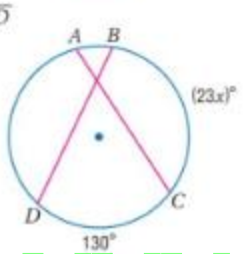
29. $\overset{\frown}{JML} \cong \overset{\frown}{JLM}$



30. $\overline{XZ} \cong \overline{YW}$



31. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

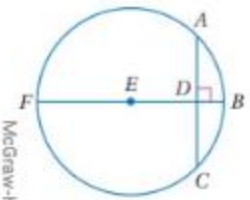


www.almanahj.com

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

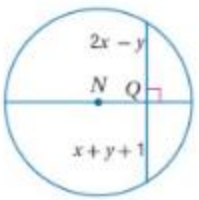
32. التبرير إذا كان AB و CD وترين في $\odot E$ وطول $AB = 2CD$. فهل CD يكون *أحيانًا* أم *دائمًا* أم لا يكون مطلقًا نصف قطر في الدائرة؟

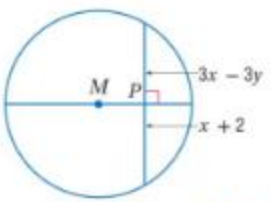
33. تحليل الخطأ ينظر كل من إبراهيم وأحمد إلى الرسم التخطيطي للدائرة الموضّح على اليسار. يبلغ نصف قطر الدائرة 10 سنتيمترات، وطول ED يساوي 6 سنتيمترات. يعتقد أحمد أن طول AC يساوي 16 سنتيمترًا، بينما يعتقد إبراهيم أن طول AC يساوي 8 سنتيمترات. هل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.



34. مسألة غير محددة الإجابة ارسم دائرة وسمّها $\odot A$. ثم ارسم وترًا للدائرة، وارسم قطرًا عموديًا على الوتر. قِس نصف قطر الدائرة والمسافة من مركز الدائرة إلى الوتر، ثم أوجد طول الوتر.

35. تحدٍ $\odot N \cong \odot M$ و $MP = NQ$. فأوجد x و y.



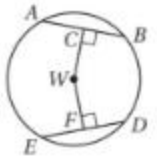


36. الكتابة في الرياضيات اشرح الطرق المختلفة التي تعرفها لتبرهن على تطابق وترين في الدائرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

37. إذا كان $CW = WF$ و $ED = 30$. فما طول DF؟

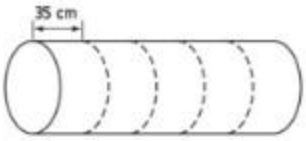


A 60
B 45
C 30
D 15

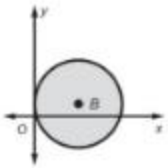
38. الجبر اكتب نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع في أبسط صورة.

F $\frac{\pi}{4}$
G $\frac{\pi}{2}$
H $\frac{3\pi}{4}$
J π

39. الإجابة القصيرة الأنبوب الموضح مقسّم إلى خمسة قطاعات متساوية. فما طول الأنبوب بالأمتار (m) والسنتيمترات (cm)؟



40. SAT/ACT النقطة B مركز لدائرة مماسيّة مع المحور الرأسي y. وإحداثيا النقطة B هما $(3, 1)$. فما هي مساحة الدائرة؟



A π وحدة^2
B 3π وحدات^2
C 4π وحدات^2
D 6π وحدات^2
E 9π وحدات^2

مراجعة شاملة

41. الحِرَف اليدوية ابتكرت أسماء نقشًا لتطريز أزهار على سطح لحاف، حيث شرعت برسم شكل خماسي منتظم طوله 3.5 سنتيمترات على كل طرف، ثم أضافت نصف دائرة على كل ضلع من أضلاع الشكل الخماسي لتحصل على شكل خمس بتلات. فكم سنتيمترا سوف تحتاج من القصاصات الذهبية لتزيين حواف 10 أزهار؟ قرّب إلى أقرب سنتيمتر.

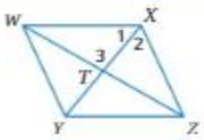
42. الاستثمارات تتناقص قيمة استثمار أماني الذي يبلغ AED 2500 بمعدل 1.5% كل عام. فكم ستبلغ قيمة استثمارها خلال 5 أعوام؟

اكتب معادلة للحد *النوني* لكل متتالية هندسية، وأوجد الحد السابع في كل متتالية.

43. 1, 2, 4, 8, ...
44. −20, −10, −5, ...
45. 4, −12, 36, ...
46. 99, −33, 11, ...
47. 22, 44, 88, ...
48. $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \ldots$

مراجعة المهارات

الجبر الشكل الشكل الرباعي $WXZY$ عبارة عن معيّن. أوجد قيمة كل مما يلي أو قياسه.



49. إذا كانت $m\angle 3 = y^2 - 31$. فأوجد y.

50. إذا كانت $m\angle XZY = 56$. فأوجد $m\angle YWZ$.

www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

15-3 المماسات

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد استخدمتَ نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال الأضلاع في مثلثات قائمة.	1 استخدام خواص المماسات. 2 حلّ مسائل تتضمن مضلعاتٍ محيطةً بدوائر.	• كانت الدراجات الأولى تعمل عبر دفع القدمين على الأرض. بينما تستخدم الدراجات الحديثة دواستين وسلسلة وترسين. تلتف السلسلة حول الترسين الدائريين. ويقاس طول السلسلة بين هذين الترسين بقياس المسافة بين نقطتي تماس السلسلة معهما.

المفردات الجديدة

مماس tangent
نقطة التماس point of tangency
مماس مشترك common tangent

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدمًا مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

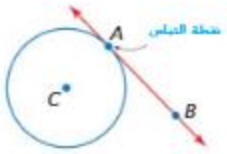
رسم خط مستقيم مماس من نقطة خارج الدائرة المعطاة وصولاً إلى الدائرة.

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

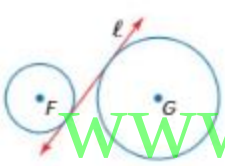
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

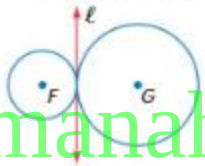
1 المماسات

المماس هو مستقيم يقع في مستوى الدائرة نفسه ويقطع محيطها في نقطة واحدة فقط تُسمّى **نقطة التماس**. $\overleftrightarrow{AB}$ هو مماس للدائرة $\odot C$ عند النقطة A. $\overline{AB}$ و $\overleftrightarrow{AB}$ يسمّيان مماسات أيضًا.



المماس المشترك هو مستقيم أو شعاع أو قطعة مستقيمة تمسّ دائرتين في المستوى نفسه. وفي كلٍّ من الشكلين أدناه، المستقيم ℓ مماس مشترك للدائرتين F و G.





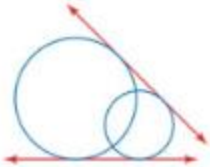
www.almanahj.com

مثال 1 تحديد المماسات المشتركة

انسخ كل شكل من الأشكال وارسم المماسات المشتركة. فإذا لم تكن هناك مماساتٌ مشتركة، فقل *لا توجد مماسات مشتركة*.

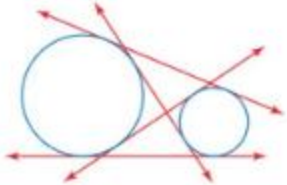
a.

لهاتين الدائرتين مماسان مشتركان.



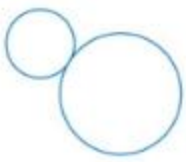
b.

لهاتين الدائرتين 4 مماسات مشتركة.



تمرين موجّه

1A.



1B.

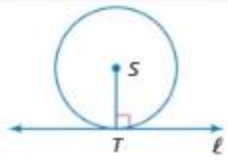
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

إن المسافة الأقصر من مماس إلى مركز الدائرة هي نصف القطر المرسوم إلى نقطة التماس.

النظرية 15.5

الشرح في مستوى ما، يكون مستقيمٌ مماسًا على دائرةٍ فقط وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.

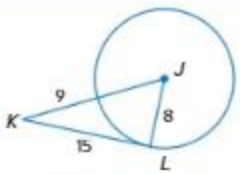
مثال يكون المستقيم ℓ مماسًا للدائرة $\odot S$ إذا – وفقط إذا كان $\ell \perp \overline{ST}$.



سوف تبرهن على كلا جزئي النظرية 15.5 في التمرينين 32 و 33.

مثال 2 تحديد المماس

$\overline{JL}$ نصف قطر في $\odot J$. حدّد ما إذا كان $\overline{KL}$ مماسًا للدائرة $\odot J$. برّر إجابتك.

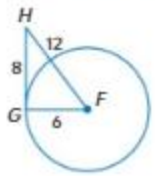


اختبر لتعلم ما إذا كان المثلث $\triangle JKL$ قائم الزاوية.

$8^2 + 15^2 \stackrel{?}{=} (8 + 9)^2$ نظرية فيثاغورس

$289 = 289$ ✓ بسّط.

$\triangle JKL$ مثلث قائم الزاوية، والزاوية القائمة هي $\angle JLK$.
إذًا $\overline{KL}$ عمودي على نصف القطر $\overline{JL}$ عند النقطة L.
ولذا، بموجب النظرية 10.10، $\overline{KL}$ مماس للدائرة $\odot J$.



تمرين موجّه

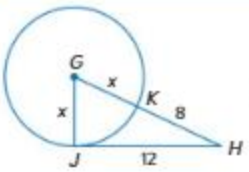
2. حدّد ما إذا كان $\overline{GH}$ مماسًا للدائرة $\odot F$. برّر إجابتك.

www.almanahj.com

يمكنك أيضًا استخدام النظرية 15.5 لتحديد القيم المجهولة.

مثال 3 استخدام المماس لإيجاد قياساتٍ مجهولة

$\overline{JH}$ مماس للدائرة $\odot G$ عند J. أوجد قيمة x.



بموجب النظرية 10.10، $\overline{JH} \perp \overline{GJ}$. إذًا، $\triangle GHJ$ مثلث قائم الزاوية.

$GJ^2 + JH^2 = GH^2$ نظرية فيثاغورس

$x^2 + 12^2 = (x + 8)^2$ $GJ = x$ و $JH = 12$ و $GH = x + 8$

$x^2 + 144 = x^2 + 16x + 64$ اضرب.

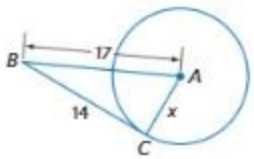
$80 = 16x$ بسّط.

$5 = x$ اقسم كل طرف على 16.

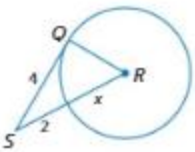
تمرين موجّه

أوجد قيمة x. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

3A.

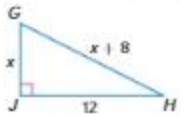


3B.



نصيحة دراسية في حل المسائل

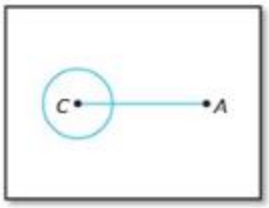
الاستنتاج المنطقي يمكنك استخدام إستراتيجية حل *المسائل الأبسط* عبر رسم المثلثات قائمة الزوايا وتسميتها بدون الدوائر. ويوضّح الشكل أدناه رسمًا للمثلث الوارد ذكره في المثال 3.



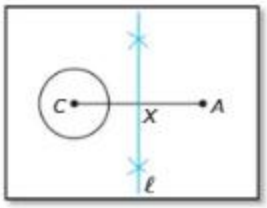
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإنشاء المستقيم المماس لدائرة من نقطة خارجية

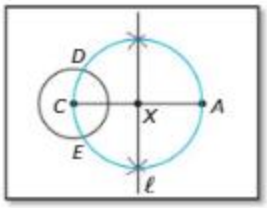
الخطوة 1 استخدم فرجارًا لرسم الدائرة C، وارسم النقطة A خارج الدائرة C، ثم ارسم $\overline{CA}$.



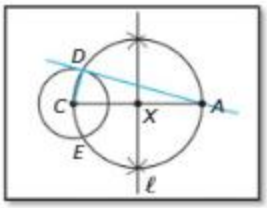
الخطوة 2 ارسم المستقيم ℓ المنصّف العمودي لـ $\overline{CA}$. وسمّ نقطة التقاطع X.



الخطوة 3 ارسم الدائرة X وبها نصف القطر $\overline{XC}$. سمّ نقطتي تقاطع الدائرتين D و E.



الخطوة 4 ارسم $\overleftrightarrow{AD}$ و $\overline{DC}$. $\triangle ADC$ محاط بنصف دائرة. إذًا $\angle ADC$ زاوية قائمة و $\overleftrightarrow{AD}$ مماس للدائرة $\odot C$.

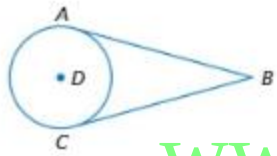


يمكن أن يكون هناك أكثر من مستقيم مماس على الدائرة نفسها.

النظرية 15.6

الشرح إذا كانت قطعتان مستقيمتان مرسومتان من نقطة واحدة خارج الدائرة مماستين على تلك الدائرة، فهما متطابقتان.

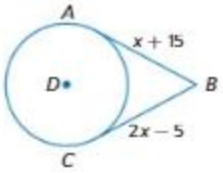
مثال إذا كان $\overline{AB}$ و $\overline{CB}$ مماسين للدائرة $\odot D$، إذًا $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.



www.almanahj.com

مثال 4 استخدام المماسات المتطابقة لإيجاد القياسات

الجبر $\overline{AB}$ و $\overline{CB}$ مماسان للدائرة $\odot D$. فأوجد قيمة x.

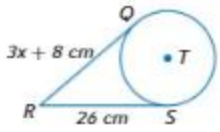


$AB = CB$	المماسان المرسومان من نقطة خارجية واحدة متطابقتان.
$x + 15 = 2x - 5$	التعويض
$15 = x - 5$	اطرح x من كل طرف.
$20 = x$	اجمع 5 إلى كل طرف.

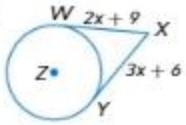
تمرين موجّه

الجبر أوجد قيمة. وافترض أن القطع المستقيمة التي تبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

4A.



4B.



McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

2 المضلعات المحيطة لدوائر يكون المضلع محيطًا لدائرة إذا كان كل ضلع من أضلاعه مماسًا للدائرة.

المضلعات المحيطة لدائرة	المضلعات غير المحيطة لدائرة

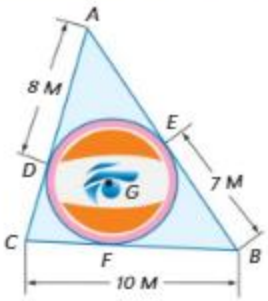
انتبه!

تحديد المضلعات المحيطة لدوائر إن كون الدائرة مماسة لضلع أو أكثر في مضلع لا يعني كون المضلع محيطًا بالدائرة، وذلك كما هو موضح في المجموعة الثانية من الأشكال.

يمكنك استخدام النظرية 15.6 لإيجاد القياسات المجهولة في المضلعات المحيطة لدوائر.

مثال 5 من الحياة اليومية إيجاد القياسات في مضلعات محيطة بدائرة

تصميم الجرافيك يعطي أحد مصمّمي الجرافيك توجيهات لتصميم نسخة أكبر من الشعار مثلث الشكل الموضّح.
إذا كان $\triangle ABC$ يحيط بالدائرة $\odot G$، فأوجد محيط $\triangle ABC$.



الخطوة 1 أوجد القياسات المجهولة.

بما أن $\triangle ABC$ يحيط بالدائرة $\odot G$، فإن $\overline{AE}$ و $\overline{AD}$ مماسان للدائرة $\odot G$. تمامًا مثل $\overline{BF}$ و $\overline{BE}$ و $\overline{CF}$ و $\overline{CD}$ لذا $\overline{AE} \cong \overline{AD}$ و $\overline{BF} \cong \overline{BE}$.

إذًا $AE = AD =$ 8 أمتار. $BF = BE =$ 7 أمتار.

بموجب جمع القطع المستقيمة، فإن $CF + FB = CB$
إذًا $CF = CB - FB = 10 - 7$ أو 3 أمتار. إذًا، $CD = CF =$ 3 أمتار.

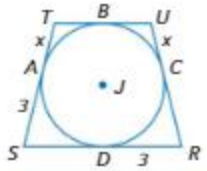
الخطوة 2 أوجد محيط المثلث $\triangle ABC$.

المحيط $= AE + EB + BC + CD + DA$
$= 8 + 7 + 10 + 3 + 8 = 36$

إذًا، محيط المثلث $\triangle ABC$ يساوي 36 مترًا.

تمرين موجّه

5. الشكل الرباعي $RSTU$ يحيط بالدائرة $\odot J$. فإذا كان المحيط 18 وحدة، فأوجد قيمة x.

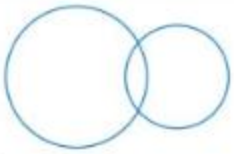


www.almanahj.com

التحقق من فهمك

مثال 1

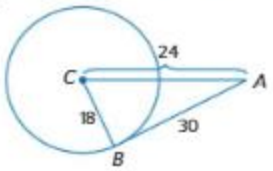
1. انسخ الشكل الموضح، وارسم المماسات المشتركة. فإن لم يكن هناك مماس مشترك، فاكتب *لا يوجد مماس مشترك*.



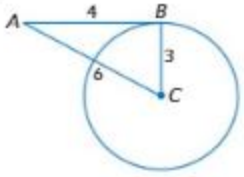
مثال 2

حدّد ما إذا كان $\overline{AB}$ مماسًا للدائرة $\odot C$. برّر إجابتك.

2.



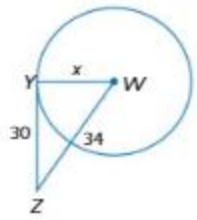
3.



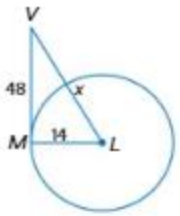
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثالان 3 و 4 أوجد قيمة x. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

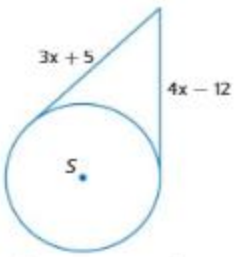
4.



5.



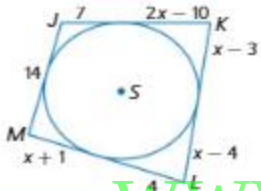
6.



7. **الأولمبياد** موّضح أدناه صورة لرمز الألعاب الأولمبية. الحلقات الأولمبية. انسخ الرسم التخطيطي للحلقات، وارسم أي مماسات مشتركة بين الحلقة الزرقاء والحلقة الخضراء.

مثال 5

8. **الجبر** الشكل الرباعي $JKLM$ يحيط بالدائرة S⊙.



a. أوجد قيمة x.

b. أوجد محيط الرباعي $JKLM$.

www.almanahj.com

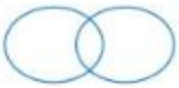
التمرين وحل المسائل

مثال 1 انسخ كل شكلٍ من الأشكال الموّضحة، وارسم المماسات المشتركة. فإن لم يكن هناك مماس مشترك، فاكتب ***لا يوجد مماسٌ مشترك***.

9.

10.

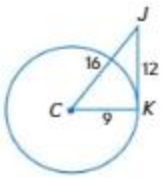
11.



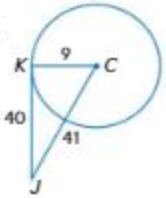
12.

مثال 2 حدّد ما إذا كان كل $\overline{JK}$ مماسًا للدائرة المعطاة. برّر إجابتك.

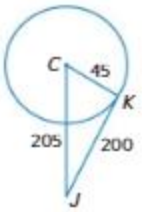
13.



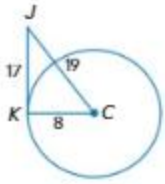
14.



15.



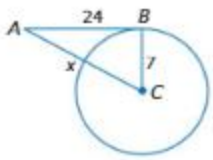
16.



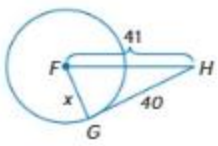
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

المثالان 3 و 4 أوجد قيمة x. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

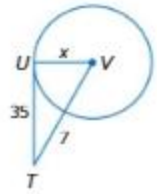
17.



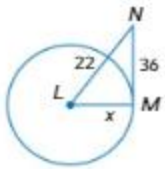
18.



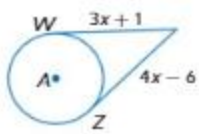
19.



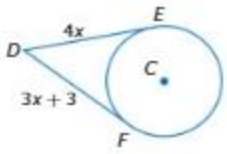
20.



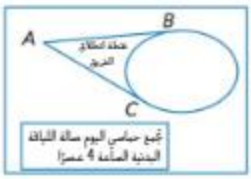
21.



22.

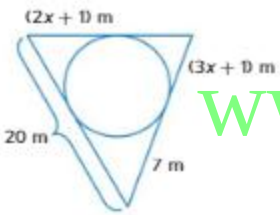


23. **التجمع الحماسي** ترسم سهيلة مكبر صوت على لافتة للإعلان عن تجمع حماسي في المدرسة. إذا كان $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ مماسين للدائرة التي تشكّل فتحة مكبر الصوت، وطول $\overline{AB}$ يساوي 25 سنتيمترا، فكم يبلغ طول $\overline{AC}$؟

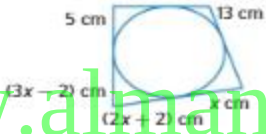


مثال 5 أوجد قيمة x. ثم أوجد المحيط.

24.



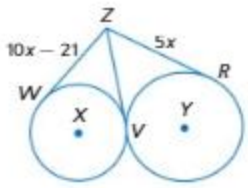
25.



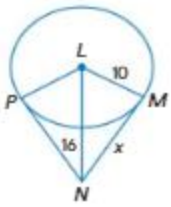
www.almanahj.com

أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب جزءٍ من مئة. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

26.



27.

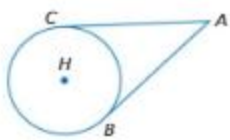


اكتب النوع المحدّد من البراهين.

28. البرهان من عمودين للنظرية 15.6

المعطيات: $\overline{AC}$ مماس للدائرة H عند C.
$\overline{AB}$ مماس للدائرة H عند B.

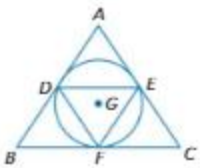
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{AB}$



29. برهان حرّ.

المعطيات: الدائرة G محاطة بالمثلث ABC؛ الأضلاع D هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

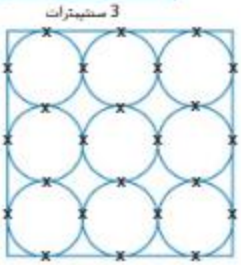
المطلوب: ΔDEF متساوي الأضلاع.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

30. **النوادي** يصمّم نادي الرياضيات شعارًا جديدًا يتكون من دائرة محاطة بمثلث متساوي الأضلاع طوله 3 سنتيمترات. فما الحد الأدنى لأبعاد الورقة التي تتناسب مع الشعار؟

31. **خياطة اللحاف** تصمّم أمل لحافًا يحتوي على 9 دوائر محاطة جميعها بحدٍ مربع. أنشئ رسمًا تخطيطيًا للحاف، وضع علامة x على كل نقطة تماس. كم نقطة تماس موجودة في الرسم التخطيطي؟ وإذا كانت كل دائرة يساوي نصف قطرها 15 سنتيمترًا، فما أبعاد اللحاف؟

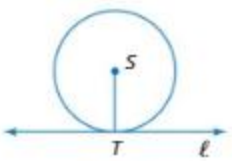


32. **البرهان** اكتب برهانًا غير مباشر لتبيّن أنه إذا كان مستقيمٌ مماسًا لدائرة، إذًا فهو عموديٌ على نصف قطر الدائرة.

المعطيات: ℓ مماس للدائرة $\odot S$ عند T؛ $\overline{ST}$ نصف قطر في $\odot S$.

المطلوب: $\ell \perp \overline{ST}$

(إرشاد: افترض أن ℓ ليس $\perp$ على $\overline{ST}$.)

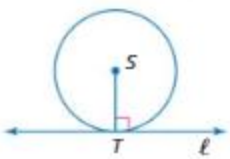


33. **البرهان** اكتب برهانًا غير مباشر تبيّن أنه إذا كان مستقيمٌ عموديًا على نصف قطر دائرة عند نقطته الطرفية، إذًا فالمستقيم مماسٌ للدائرة. (الجزء 2 من النظرية 15.5)

المعطيات: $\overline{ST} \perp \overline{ST}$ نصف قطر في $\odot S$.

المطلوب برهانه: ℓ مماس للدائرة $\odot S$.

(تلميح: افترض أن ℓ ليس مماسًا على الدائرة $\odot S$.)



www.almanahj.com

34. **الأدوات** أنشئ خط مماسٍ على دائرةٍ في نقطةٍ على محيطها.

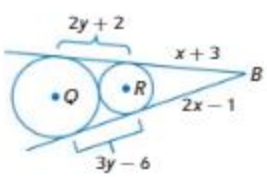
استخدم فرجارًا لرسم الدائرة $\odot A$. اختر نقطة P على الدائرة وارسم $\overleftrightarrow{AP}$. ثم ارسم قطعة مستقيمة من النقطة P عمودية على $\overleftrightarrow{AP}$. سمّ خط المماس t. اشرح كل خطوة وبرّرها.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

35. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم دائرة محاطة بشكل خماسي الأضلاع .

36. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كل خطوة في رسم خط مستقيم مماس لدائرة من نقطة خارجية.

37. **تحدٍ** إذا كان $\overline{AB}$ و $\overline{CB}$ مماسين للدائرتين Q و R، فأوجد x و y.



38. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة *أحيانًا*، أم *دائمًا*، أم غير صحيحة *على الإطلاق*.

a. الدائرتان متحدتا المركز يكون لهما مماس مشترك.

b. الدائرتان غير المتقاطعتين لهما مماس مشترك.

c. الدائرتان المتقاطعتان لهما مماس مشترك.

39. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكن استخدام نظرية فيثاغورس لتحديد ما إذا كان المستقيم مماسًا لدائرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

40. $\odot P$ نصف قطرها يساوي 10 سنتيمترات، و $\overline{ED}$ مماس للدائرة عند النقطة D. F تقع على كل من $\odot P$ والقطعة المستقيمة $\overline{EP}$. إذا كان $ED = 24$ سنتيمترًا، فما طول $\overline{EF}$؟

A 10 cm
B 16 cm
C 21.8 cm
D 26 cm

41. **الإجابة القصيرة** يُحاط مربعٌ في دائرة نصف قطرها 6 سنتيمترات. أوجد طول كل ضلعٍ في المربع.

42. **الجبر** أي مما يلي يوضح التحليل الكامل للعلاقة $25x^2 - 5x$؟

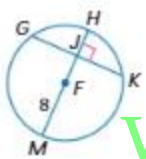
F $5x(x)$
G $5x(5x - 1)$
H $x(x - 5)$
J $x(5x - 1)$

43. SAT/ACT ما هو محيط المثلث المعروض أدناه؟

A 12 وحدة
B 24 وحدة
C 34.4 وحدة
D 36 وحدة
E 104 وحدة

مراجعة شاملة

في $\odot F$، $GK = 14$ و $m\widehat{GHK} = 142$. أوجد قياس كل مما يلي، وقرّب إلى أقرب جزء من مئة. (الدرس 2-15)

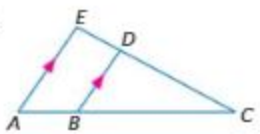


44. $m\widehat{GH}$
45. JK
46. $m\widehat{KM}$

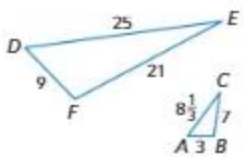
www.almanahj.com

حدّد إذا ما كان المثلثان متشابهين. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة تشابه، واشرح تبريرك.

47.



48.

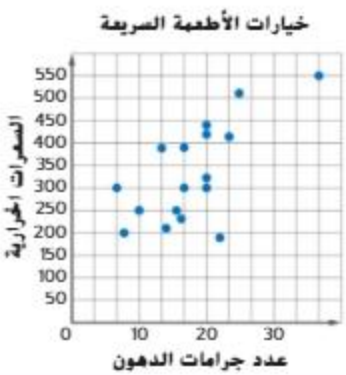


49. **الصحة** تتمرن آمنة كل يوم بأن تمشي وتجري لمسافة 3 كيلومترات على الأقل، حيث تمشي بمعدل 4 كيلومترات في الساعة، وتجري بمعدل 8 كيلومترات في الساعة. افترض أن لديها نصف ساعة بالضبط لتتمرن اليوم.

a. ارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح المدد الزمنية الممكنة التي يمكن أن تقضيها في المشي والجري.

b. أدرج ثلاثة حلول ممكنة.

50. **التغذية** حدّد ما إذا كان التمثيل البياني يوضّح ارتباطًا موجبًا، أم *سالبًا*، أم لا يوجد ارتباط. إذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه في الموقف.



مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

51. $15 = \frac{1}{2}[(360 - x) - 2x]$
52. $x + 12 = \frac{1}{2}[(180 - 120)]$
53. $x = \frac{1}{2}[(180 - 64)]$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الهندسة
الدوائر المحيطة والمحاطة

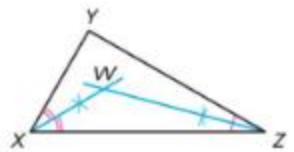
في هذا المختبر، ستصمّم رسومًا تشتمل على دائرة محاطة أو محيطة.

رسم مثلث متساوي الأضلاع ومربع وشكل سداسي منتظم محاطين بدائرة.

رسم الدوائر المحاطة بمثلث والدوائر المحيطة بمثلث، وإثبات خواص الزوايا لرباعي أضلاع محاط بدائرة.

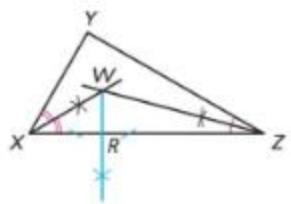
النشاط 1 رسم دائرة محاطة بمثلث

الخطوة 1



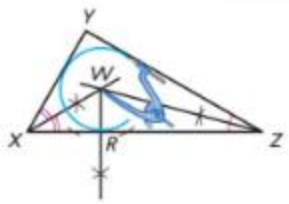
ارسم المثلث XYZ وأنشئ منصفي زاويتين في المثلث لتحديد نقطة تلاقي المنصفات W.

الخطوة 2



ارسم قطعةً مستقيمةً عمودية على أحد الأضلاع وتمر من خلال مركز الدائرة الداخلية، وسمّ نقطة التقاطع R.

الخطوة 3



اضبط فتحة الفرجار بطول $\overline{WR}$، ثم ضع سن الفرجار على النقطة W، وارسم دائرة يساوي نصف قطرها ذلك الطول.

النشاط 2 رسم مثلث يحيط بدائرة

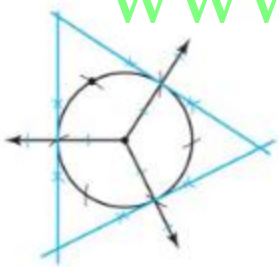
الخطوة 1

أنشئ دائرةً وارسم نقطة على محيطها. استخدم فتحة الفرجار التي استخدمتها في إنشاء الدائرة لإنشاء قوس على محيط الدائرة من تلك النقطة. استمر كما هو موضح.

الخطوة 2

ارسم أشعةً من المركز وتمر بالأقواس المنشأة على المحيط بالتناوب.

الخطوة 3



أنشئ مستقيمًا عموديًا على كل شعاع.

www.almanahj.com

التمثيل بالنماذج

1. ارسم مثلثًا قائمًا وأحِط دائرةً به.
2. أحِط سداسي أضلاعٍ منتظمًا بدائرة. ثم أحِط مثلثًا متساوي الأضلاع في دائرة. (تلميح: الخطوة الأولى في كل عملية إنشاء تطابق الخطوة 1 في النشاط 2.)
3. أحِط مربعًا بدائرة. ثم أحِط دائرةً بمربع.
4. **تحدٍ** أحِط دائرةً بسداسي أضلاعٍ منتظم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

15-4 معادلات الدوائر

السابق	الحالي	لماذا؟
• كَتَبتَ معادلات مستقيماتٍ باستخدام معلوماتٍ عن تمثيلاتها البيانية.	1 • كتابة معادلة دائرة. 2 تمثيل دائرة على المستوى الإحداثي.	• تطلق أبراج الاتصالات إشاراتٍ لا سلكيةً تستخدم لنقل المكالمات الخلوية. ويغطي كل برجٍ مساحةً دائرية، وتُرتَّب الأبراج بحيث تتاح الإشارة في أي موقعٍ ضمن منطقة التغطية.

المفردات الجديدة

محل هندسي مركب compound locus

اشتقاق معادلة دائرة مركزها ونصف قطرها معطيان باستخدام نظرية فيثاغورس؛ وإكمال المربع لإيجاد مركز الدائرة التي تحدّدها المعادلة ونصف قطرها.

إيجاد النقطة على قطعة مستقيمة موجهة بين نقطتين معلومتين تقسمان القطعة المستقيمة بنسبة معينة.

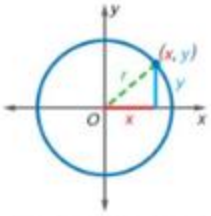
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 معادلة الدائرة

بما أن جميع النقاط على محيط دائرة متساوية البعد عن المركز. فيمكنك إيجاد معادلة دائرةٍ عبر استخدام قانون المسافة.

افترض أن (x, y) تمثّل نقطة على دائرة مركزها عند نقطة الأصل. باستخدام نظرية فيثاغورس، $x^2 + y^2 = r^2$.



افترض الآن أن المركز لا يقع عند نقطة الأصل، بل عند النقطة (h, k). يمكنك استخدام قانون المسافة لوضع معادلةٍ للدائرة.

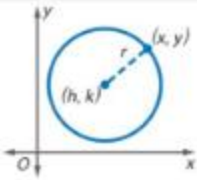
قانون المسافة $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$r = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$ $d = r$، $(x_2, y_2) = (x, y)$، $(x_1, y_1) = (h, k)$

$r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$ تم تربيع كل طرف.

www.almanahj.com

المفهوم الأساسي معادلة دائرة بالصيغة القياسية



الصيغة القياسية لمعادلة دائرة يقع مركزها عند (h, k) ونصف قطرها هو r هي $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

تدعى الصيغة القياسية لمعادلة دائرةٍ أيضًا بصيغة *المركز-نصف القطر*.

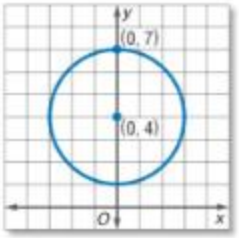
مثال 1 كتابة معادلة باستخدام المركز ونصف القطر

اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.

a. المركز عند النقطة $(1, -8)$، ونصف القطر يساوي 7

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	معادلة دائرة
$(x - 1)^2 + [y - (-8)]^2 = 7^2$	$(h, k) = (1, -8)$، $r = 7$
$(x - 1)^2 + (y + 8)^2 = 49$	بسّط.

b. الدائرة الممثلة بيانيًا في الجهة اليسرى



المركز عند النقطة $(0, 4)$، ونصف القطر يساوي 3.

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	معادلة دائرة
$(x - 0)^2 + (y - 4)^2 = 3^2$	$(h, k) = (0, 4)$، $r = 3$
$x^2 + (y - 4)^2 = 9$	بسّط.

تمرين موجّه

1A. المركز عند نقطة الأصل، ونصف القطر يساوي $\sqrt{10}$

1B. المركز عند $(4, -1)$، والقطر يساوي 8

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 كتابة معادلة باستخدام المركز ونقطة

اكتب معادلة الدائرة التي يقع مركزها عند النقطة $(-2, 4)$، وتمرّ بالنقطة $(-6, 7)$.

الخطوة 1 أوجد المسافة بين النقطتين لتحديد نصف القطر.

$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة

$= \sqrt{[-6 - (-2)]^2 + (7 - 4)^2}$ $(x_1, y_1) = (-2, 4)$ و $(x_2, y_2) = (-6, 7)$

$= \sqrt{25} = 5$ بسّط.

الخطوة 2 اكتب المعادلة باستخدام $h = -2$ و $k = 4$ و $r = 5$.

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ معادلة الدائرة

$[x - (-2)]^2 + (y - 4)^2 = 5^2$ $r = 5$ و $k = 4$ و $h = -2$

$(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$ بسّط.

تمرين موجّه

2. اكتب معادلة الدائرة التي يقع مركزها عند النقطة $(-3, -5)$ وتمرّ بالنقطة $(0, 0)$.

2 تمثيل الدوائر بيانيًا

يمكنك استخدام معادلة دائرة لتمثيلها بيانيًا على مستوى إحداثي. وللقيام بذلك، قد تحتاج إلى كتابة المعادلة بالصيغة القياسية أولًا.

مثال 3 تمثيل دائرة بيانيًا

معادلة الدائرة هي $x^2 + y^2 - 8x + 2y = -8$. اذكر إحداثيات المركز وقياس نصف القطر، ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

اكتب معادلةً بالصيغة القياسية عبر إكمال المربع.

$x^2 + y^2 - 8x + 2y = -8$ المعادلة الأصلية

$x^2 - 8x + y^2 + 2y = -8$ اعزل الحدود المتشابهة وجمّعها.

$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = -8 + 16 + 1$ أكمل المربعات.

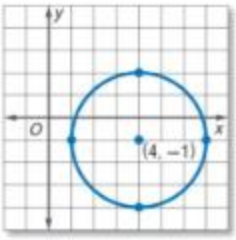
$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$ حلّل إلى العوامل وبسّط.

$(x - 4)^2 + [y - (-1)]^2 = 3^2$ اكتب $+1$ على أنه $-(-1)$ و 9 على أنها 3^2.

بما أن المعادلة مكتوبةٌ الآن بالصيغة القياسية، فيمكنك تحديد h و k و r.

$(x - 4)^2 + [y - (-1)]^2 = 3^2$

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$



إذًا، $h = 4$ و $k = -1$ و $r = 3$. يقع المركز عند النقطة $(4, -1)$. ويساوي نصف القطر 3. مثّل المركز وأربع نقاط تبعد كل منها 3 وحدات عن هذه النقطة. وارسم الدائرة التي تمرّ بهذه النقاط الأربع.

تمرين موجّه

من أجل كل دائرة معادلتها معطاة، اذكر إحداثيي المركز وقياس نصف القطر. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

3A. $x^2 + y^2 - 4 = 0$

3B. $x^2 + y^2 + 8x - 14y + 40 = 0$

نصيحة دراسية

إكمال المربع

لإكمال المربع لأي تعبير تربيعي من الصيغة $x^2 + bx$ اتبع الخطوات التالية.

الخطوة 1 أوجد نصفًا واحدًا لـ b.

الخطوة 2 قم بتربيع ناتج الخطوة 1.

الخطوة 3 اجمع ناتج الخطوة 2 إلى $x^2 + bx$.

www.almanahj.com

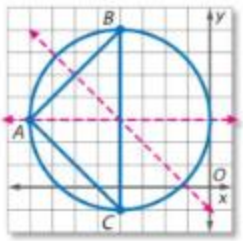
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام ثلاث نقاط لكتابة معادلة

الأعاصير توضع ثلاث صفّارات إنذار للأعاصير بصورة إستراتيجية على محيط دائرة تحيط ببلدة؛ بحيث يستطيع جميع القاطنين سماعها. اكتب معادلة الدائرة التي توضع عليها الصفّارات إذا كانت إحداثيات الصفّارات هي $A(-8, 3)$ و $B(-4, 7)$ و $C(-4, -1)$.

الفهم لديك ثلاث نقاط تقع على محيط دائرة.

التخطيط مثّل المثلث $\triangle ABC$ بيانيًا. وأنشئ المنصّفين المتعامدين لضلعين من أجل تحديد مركز الدائرة. ثم أوجد نصف القطر.



استخدم المركز ونصف القطر لكتابة معادلة.

الحل يبدو أن المركز يقع عند النقطة $(-4, 3)$. ونصف القطر يساوي 4. اكتب معادلة.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$[x - (-4)]^2 + (y - 3)^2 = 4^2$$

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

التحقّق تحقّق من المركز عبر إيجاد معادلتي المنصّفين وحلّ نظام المعادلات. وتحقق من نصف القطر عبر إيجاد المسافة بين المركز ونقطة أخرى على الدائرة. ✔

تمرين موجّه

4. اكتب معادلة دائرة تضم النقاط $R(1, 2)$ و $S(-3, 4)$ و $T(-5, 0)$.

الربط بالحياة اليومية

يُبلغ عن حوالي 1000 إعصار في جميع أنحاء الولايات المتحدة كل عام. وأعتى الأعاصير لها سرعة رياح تساوي 400 km/h أو أكثر. ويمكن أن يبلغ عرض مسار أضرار الإعصار 1.6 كيلومتر، وأن يبلغ طوله 80 كيلومترًا.

المصدر: الإدارة الوطنية للمحيطات والغلاف الجوي

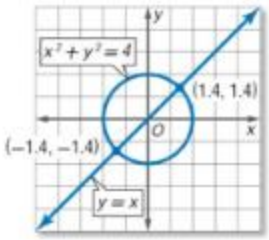
يمكن أن يقطع مستقيمٌ دائرةً في نقطتين على الأكثر. ويمكنك إيجاد نقطة (نقطتي) التقاطع بين دائرة ومستقيم عبر تطبيق الأساليب المستخدمة لإيجاد نقطة التقاطع بين مستقيمين والأساليب المستخدمة لحلّ المعادلات التربيعية.

www.almanahj.com

مثال 5 نقاط التقاطع مع دوائر

أوجد نقاط التقاطع بين $x^2 + y^2 = 4$ و $y = x$.

مثّل هاتين المعادلتين بيانيًا على المستوى الإحداثي نفسه. إن نقاط التقاطع هي حلولٌ لكلتا المعادلتين. ويمكنك تقدير أن هاتين النقطتين تقعان على التمثيل البياني عند النقطتين $(-1.4, -1.4)$ و $(1.4, 1.4)$ تقريبًا. استخدم التعويض لإيجاد إحداثيات هذه النقاط جبريًا.



$x^2 + y^2 = 4$	معادلة دائرة
$x^2 + x^2 = 4$	بما أن $y = x$، فعوّض بـ x عن y.
$2x^2 = 4$	بسّط.
$x^2 = 2$	اقسم كل طرف على 2.
$x = \pm\sqrt{2}$	خذ الجذر التربيعي من كل طرف.

إذًا، $x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$. استخدم المعادلة $y = x$ لإيجاد قيم y المقابلة.

$y = x$	معادلة مستقيم	$y = x$
$y = \sqrt{2}$	$x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$	$y = -\sqrt{2}$

تقع نقاط التقاطع عند $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ و $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ أو تقريبًا عند $(-1.4, -1.4)$ و $(1.4, 1.4)$. تحقّق من هذه الحلول في كل من المعادلتين الأصليتين.

تمرين موجّه

5. أوجد نقاط التقاطع بين $x^2 + y^2 = 8$ و $y = -x$.

نصيحة دراسية

الأساليب التربيعية بالإضافة إلى أخذ الجذور التربيعية، تتضمن الأساليب الأخرى التي قد تحتاج إلى تطبيقها لإيجاد حل معادلات الصيغة $ax^2 + bx + c = 0$ إكمال المربع، والتحليل إلى عوامل، والصيغة التربيعية، $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

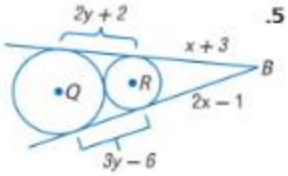
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

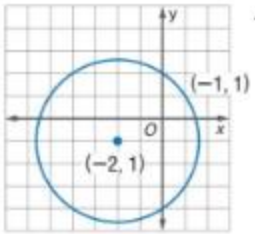
المثالان 1 و 2 **اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.**

1. المركز عند (4, 0)، نصف القطر يساوي 3
2. المركز عند (1, 3)، نصف القطر يساوي 18
3. يمر المركز الذي يقع عند نقطة الأصل عبر (4, 4)
4. يمر المركز الذي يقع عند (3, −5)، عبر (−4, 1)

5.



6.



مثال 3 **من أجل كل دائرة معادلتها معطاة، اذكر إحداثيي المركز وقياس نصف القطر. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.**

7. $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 11$
8. $(x + 1)^2 + y^2 = 9$

مثال 4

9. **المذياع** ثلاثة أبراج إذاعية تمثّلها النقاط $R(2, -3)$، و $S(-2, 5)$، و $T(2, 7)$. حدّد موضع برج آخر يقع على مسافة متساوية من جميع الأبراج الثلاثة، واكتب معادلة للدائرة.
10. **الاتصالات** يمكن تمثيل ثلاثة أبراج للهواتف الخلوية بالنقاط $X(3, 5)$، و $Y(-3, 11)$، و $Z(-9, 5)$. حدّد موضع برج آخر يقع على مسافة متساوية من الأبراج الثلاثة الأخرى، واكتب معادلة للدائرة.

مثال 5 **أوجد نقطة (نقاط) التقاطع، في حال وجود أي منها، بين كل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.**

11. $(x - 3)^2 + y^2 = 4$
$y = x - 1$
12. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 18$
$y = -3x + 1$

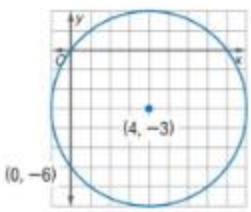
www.almanahj.com

التمرين وحل المسائل

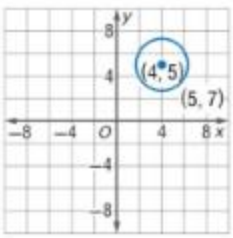
المثالان 1 و 2 **البنية** **اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.**

13. يقع المركز عند نقطة الأصل، ونصف القطر يساوي 7
14. يقع المركز عند (1, 6)، ونصف القطر يساوي 4
15. يقع المركز عند (−2, 0)، والقطر يساوي 20
16. يقع المركز عند (8, −9)، ونصف القطر يساوي $\sqrt{13}$
17. يقع المركز عند (−3, 6)، وتمر الدائرة بالنقطة (0, −3)
18. يقع المركز عند (−3, 1)، وتمر الدائرة بالنقطة (−4, 3)

19.



20.



21. **الطقس** تظهر شاشة رادار دوبلر حلقات متحدة المركز حول إحدى العواصف. فإذا كان مركز شاشة الرادار عند نقطة الأصل وكان بعد كل حلقة عن المركز يزيد عن سابقتها 15 كيلومترا، فما معادلة الحلقة الرابعة؟
22. **تنسيق الحدائق** يسقي مرش مساحة دائرية قطرها 12 مترا بالماء، ويوضع الرشاش على بعد 24 مترا شمال المنزل. فإذا كان المنزل يقع عند نقطة الأصل، فما معادلة دائرة المساحة التي يسقيها المرشّ بالماء؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 من أجل كل دائرة معادلتها معطاة، اذكر إحداثيات المركز وقياس نصف القطر. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

23. $x^2 + y^2 = 49$
24. $x^2 + y^2 - 10x + 4y = 31$
25. $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 75$
26. $x^2 + y^2 - 10x = -15$

مثال 4 اكتب معادلة للدائرة التي تضم كل مجموعة من النقاط التالية. ثم مثّل الدائرة بيانيًا.

27. $A(-2, -5)$, $B(6, -5)$, $C(2, -9)$
28. $F(-6, -4)$, $G(0, -10)$, $H(2, -8)$

مثال 5 أوجد نقطة (نقاط) التقاطع، في حال وجود أي منها، بين كل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.

29. $x^2 + y^2 = 25$
$y = \frac{1}{2}x$
30. $x^2 + y^2 = 4$
$y = x - 2$
31. $x^2 + (y + 3)^2 = 8$
$y = -x - 3$
32. $(x + 2)^2 + y^2 = 16$
$y = 2x$
33. $x^2 + y^2 = 10$
$y = -2x$
34. $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 7$
$y = -x$

اكتب معادلة كل دائرة.

35. دائرة يقع طرفا قطرها عند $(-2, 5)$ و $(4, -3)$

36. دائرة فيها $d = 26$. ومركزها مزاح 5 وحدات إلى يسار نقطة الأصل و 7 وحدات أعلاها.

37. **تمثيل النماذج** سوف تطلق محركات مختلفة الأحجام نماذج صواريخ إلى ارتفاعات مختلفة، وكلما ازداد الارتفاع الذي يبلغه الصاروخ، كبرت دائرة مواضع هبوطه المحتملة. وفي الأحوال العادية للرياح، يساوي نصف قطر دائرة الهبوط ثلاثة أضعاف الارتفاع الذي يبلغه الصاروخ.

a. اكتب معادلة دائرة هبوط صاروخ يقطع مسافة 200 متر في الهواء.

b. كم سيكون قياس نصف قطر دائرة هبوط صاروخ يقطع مسافة 1500 متر في الهواء؟ افترض أن مركز الدائرة يقع عند نقطة الأصل.

www.almanahj.com

38. **القفز بالمظلات** ثلاثة من هواة القفز بالمظلات الذين يؤدون عرض التشكيل الدائري الموضّح لهم الإحداثيات التقريبية $G(-5, -4)$، و $H(9, -4)$، و $J(2, 10)$.

a. ما الإحداثيات التقريبية لهاوي القفز بالمظلات الموجود في المركز؟

b. إذا كانت كل وحدة تمثل مترا واحدا، فما قطر التشكيل الذي يصنعه هواة القفز؟

39. **توصيل الطلبات** يقدم مطعم الأصدقاء للبيتزا خدمة التوصيل المجانية ضمن مسافة 6 كيلومترات من المطعم. ويقع المطعم على بعد 5 كيلومترات غرب منزل بثينة، و 4 كيلومترات جنوب منزلها.

a. اكتب معادلة ومثّل لها بيانيا لتمثيل هذا الموقف إذا كان منزل بثينة يقع عند نقطة الأصل في النظام الإحداثي.

b. هل ستحظى بثينة بتوصيل مجاني إذا طلبت بيتزا من مطعم الأصدقاء؟ اشرح.

40. **نقاط تقاطع الدوائر** مثّل بيانيًا $x^2 + y^2 = 9$ و $(x + 3)^2 + y^2 = 9$ على نفس المستوى الإحداثي.

a. قدّر نقطة (نقاط) التقاطع بين الدائرتين.

b. أوجد حل $x^2 + y^2 = 9$ لإيجاد قيمة y.

c. عوّض بالقيمة التي أوجدتها في الجزء **b** في $(x + 3)^2 + y^2 = 9$ وأوجد الحل لإيجاد قيمة x.

d. عوّض بالقيمة التي أوجدتها في الجزء **c** في $x^2 + y^2 = 9$ وأوجد الحل لإيجاد قيمة y.

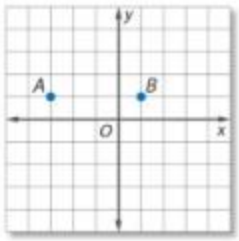
e. استخدم إجابتيك عن الجزأين **c** و **d** لكتابة إحداثيات نقاط التقاطع. قارن هذه الإحداثيات بتقديرك في الجزء **a**.

f. تحقق من أن النقطة (النقاط) التي توصلت إليها في الجزء **d** تقع على كلتا الدائرتين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

41. أثبت أو ادحض حقيقة أن النقطة $(2, 2\sqrt{3})$ تقع على دائرة مركزها عند نقطة الأصل وتضم النقطة $(0, -4)$.

42. **التمثيلات المتعددة** سوف تستكشف في هذه المسألة محلًا هندسيًا مركبًا لزوج من النقاط. يحقق **المحل الهندسي المركب** أكثر من مجموعة متمايزة واحدة من الشروط.



a. **جدوليًا** اختر نقطتين A و B في المستوى الإحداثي. حدّد مواضع 5 إحداثيات في المحل الهندسي لنقاط متساوية البعد عن A و B.

b. **بيانيًا** مثّل المحلّ الهندسي نفسه للنقاط باستخدام تمثيلٍ بياني.

c. **لفظيًا** صفْ المحل الهندسي لجميع النقاط متساوية البعد عن زوجٍ من النقاط.

d. **بيانيًا** باستخدام تمثيلك البياني في الجزء b. حدّد الموضع الهندسي لجميع النقاط في المستوى والتي تبعد المسافة AB عن B ومثّله بيانيًا.

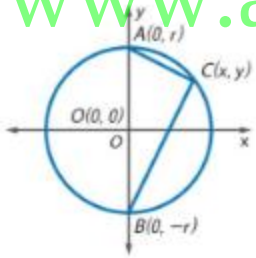
e. **لفظيًا** صف المحل الهندسي لجميع نقاط مستوى والتي تبعد مسافة متساوية عن نقطة واحدة. ثم صف المحل الهندسي لجميع النقاط التي تبعد مسافة متساوية عن A و B والتي تبعد المسافة AB عن B في الوقت نفسه. صف التمثيل البياني للمحل الهندسي المركب.

43. يقع مركز دائرة قطرها 14 في الربع الثاني. المستقيمان $y = -6$ و $x = 2$ مماسان للدائرة. اكتب معادلةً للدائرة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

www.almanahj.com

44. **تحدٍ** اكتب برهانًا إحداثيًا لتثبت أنه إذا نقاطك زاوية محيطيةٌ مع قطر دائرة وفق ما هو موضح، فإن الزاوية المتشكلة زاوية قائمة.



45. **التبرير** دائرة معادلتها: $(x - 5)^2 + (y + 7)^2 = 16$. فإذا أزيح مركز الدائرة 3 وحدات إلى اليسار، و 5 وحدات إلى الأعلى، فما معادلة الدائرة الجديدة؟ اشرح تبريرك.

46. **مسألة غير محددة الإجابة** مثّل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة بيانيًا. وصل بينها لتشكّل مثلثًا، ثم ارسم دائرة تحيط بذلك المثلث.

47. **الكتابة في الرياضيات** افتتحت سبع محطات إذاعية جديدة يتعين تخصيص ترددات بث لها. تقع المحطات عند النقاط: $A(10, 3)$، و $B(8, 7)$، و $C(6, 2)$، و $D(9, 0)$، و $E(5, 5)$، و $F(9, 6)$، و $G(4, 3)$، حيث إن الوحدة الواحدة = 50 كيلومترًا.

a. فإذا كان يمكن تخصيص التردد نفسه للمحطات التي تبعد عن بعضها مسافةً أكثر من 200 كيلومتر، فما هو العدد الأدنى من الترددات الذي يمكن تخصيصه لهذه المحطات جميعًا؟

b. صف طريقتين مختلفتين للشروع في حل هذه المسألة.

c. اختر طريقةً وحُلَّ المسألة واشرح تبريرك.

تحدٍ أوجد إحداثيات النقطة P على $\overline{AB}$ التي تقسم القطعة المستقيمة إلى النسبة المعطاة AP إلى PB.

48. $A(0, 0)$, $B(-3, -4)$، 3 إلى 2

49. $A(0, 0)$, $B(8, -6)$، 1 إلى 4

50. **الكتابة في الرياضيات** صف كيف تتغير معادلة دائرة إذا أزيحت الدائرة مسافة a وحدات إلى اليمين و b وحدات إلى الأسفل.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبار المعياري

51. أي مما يلي يمثل معادلة الدائرة التي مركزها (6, 5) والمارة بالنقطة (2, 8)؟

A $(x-6)^2+(y-5)^2=5^2$
B $(x-5)^2+(y-6)^2=7^2$
C $(x+6)^2+(y+5)^2=5^2$
D $(x-2)^2+(y-8)^2=7^2$

52. **الجبر** ما حلول $n^2-4n=21$؟

F 3, 7
G 3, −7
H −3, 7
J −3, −7

53. **الإجابة القصيرة** حُلّ: $5(x-4)=16$.

الخطوة 1: $5x-4=16$
الخطوة 2: $20=5x$
الخطوة 3: $4=x$

ما الخطوة الأولى الخاطئة في الحل المبيّن أعلاه؟

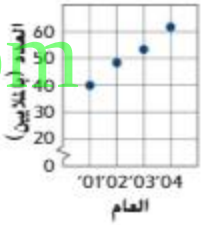
54. **SAT/ACT** يقع مركز الدائرة $\odot F$ عند النقطة (−4, 0) ولهذه الدائرة نصف القطر 4. فما النقطة التي تقع على محيط الدائرة $\odot F$؟

A (4, 0)
B (0, 4)
C (4, 3)
D (−4, 4)
E (0, 8)

مراجعة شاملة

حدّد ما إذا كان كل تمثيل بياني يوضّح ارتباطًا موجبًا، أم *سالبًا*، أم لا يوجد ارتباط. إذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه في الموقف.

55. عائدات الضرائب الإلكترونية



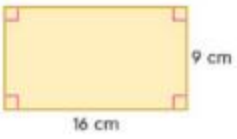
56. إعصارات المحيط الأطلنطي

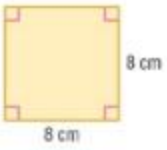
57. **الطرقات** يصمّم الحيّ الذي يقطنه أسامة دوارات عند نقاط التقاء شوارع محددة. فإذا أكمل أسامة بدراجته دورة واحدة على حافّة الدائرة المعشّبة بالضبط، فكم عدد السنتيمترات التي يكون قد قطعها؟

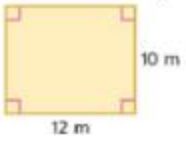
(الدرس 1-15)

مراجعة المهارات

أوجد محيط كل شكلٍ ومساحته.

58.


59.


60.


www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

15 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

الدوائر والمحيط

- يساوي محيط دائرة πd أو $2\pi r$.

الأقواس والأوتار

- يتناسب مع طول قوس طول المحيط.
- تقطع الأقطار العمودية على أوتار الأوتار والأقواس المحصورة.

المماسات

- يقطع المستقيم المماس لدائرة الدائرة في نقطةٍ واحدةٍ فقط وهو عموديٌ على نصف قطرها.
- إن مماسي الدائرة المرسومين من نقطة خارجية واحدة متطابقان.

معادلات الدوائر

- معادلة الدائرة التي يقع مركزها عند (h, k) ونصف قطرها هو r هي $(x - h)^2 - (y - k)^2 = r^2$.

المطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

مركز center	الدوائر متحدة المركز concentric circles
الوتر chord	قطر الدائرة diameter
دائرة circle	محاط inscribed
محيط الدائرة circumference	باي π
محيط circumscribed	نقطة التماس point of tangency
مماس مشترك common tangent	نصف القطر radius
المحل الهندسي المركب compound locus	مماس tangent

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أو خاطئة. فإذا كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

1. أي قطعةٍ مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على الدائرة هي نصف قطر في الدائرة.
2. الوتر المار بمركز دائرة هو قطر الدائرة.
3. المماس المشترك هو النقطة التي يقطع عندها مستقيمٌ يقع في المستوى نفسه مع دائرة تلك الدائرة.
4. القاطع هو قطعة مستقيمة من نصف القطر تقع نقطةٌ واحدةٌ فيها فقط على محيط الدائرة.
5. تكون دائرتان متحدتي المركز فقط وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.

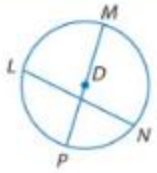
www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

15-1 الدوائر والمحيط

من أجل التمارين 8–6، عد إلى الدائرة D⊙.



6. سمّ الدائرة

7. سمّ نصف قطر.

8. سمّ وترًا ليس قطرًا في الدائرة.

أوجد قطر الدائرة ذات المحيط المعطى ونصف قطرها. وقرّب إلى أقرب مئة.

9. $C = 43$ cm

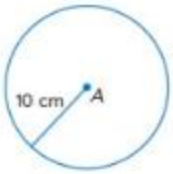
10. $C = 108.5$ m

11. $C = 26.7$ m

12. $C = 225.9$ mm

مثال 1

أوجد محيط الدائرة A⊙.



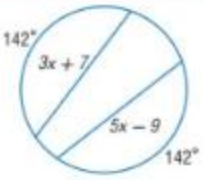
$C = 2\pi r$	قانون محيط الدائرة
$= 2\pi(10)$	بالتعويض
≈ 62.83	استخدم آلة حاسبة.

يساوي محيط الدائرة A⊙ حوالي 62.83 سنتيمترًا.

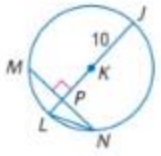
www.almanahj.com

15-2 الأقواس والأوتار

13. أوجد قيمة x.



في K⊙، $MN = 16$ و $m\overset{\frown}{MN} = 98$. أوجد كل قياس، وقرّب إلى أقرب جزء من مئة.



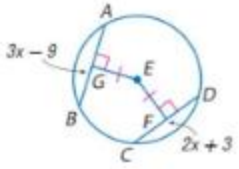
14. $m\overset{\frown}{NJ}$

15. LN

16. **تنسيق الحدائق** الجزء العلوي في التعريشة الموضحة هو قوس دائرة فيها $\overline{CD}$ جزء من القطر و$\overline{CD} \perp \overline{AB}$.
إذا كان $\overset{\frown}{ACB}$ يساوي 28% تقريبًا من دائرة كاملة، فكم يساوي $m\overset{\frown}{CB}$؟

مثال 2

الجبر في E⊙، $EG = EF$. أوجد قيمة AB.



بما أن الوترين $\overline{EG}$ و $\overline{EF}$ متطابقان، فهما على مسافة متساوية من E. إذًا $AB = CD$.

$AB = CD$	النظرية 10.5
$3x - 9 = 2x + 3$	بالتعويض
$3x = 2x + 12$	اجمع.
$x = 12$	بسّط.

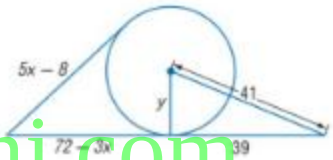
إذًا $AB = 3(12) - 9 = 27$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

15-3 المماسات

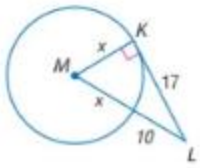
17. الخيال العلمي في قصة يكتبها عدنان، يمكن السفر اللحظي بين كوكب ثنائي الأبعاد وقمره عندما يتبع المسافر عبر الزمن مماسًا. انسخ الشكلين أدناه وارسم جميع مسارات السفر الممكنة.

18. أوجد قيمة x و y. افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل، وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



مثال 3

في الشكل، $\overline{KL}$ مماس للدائرة $\odot M$ عند النقطة K. أوجد قيمة x.



بموجب النظرية 10.9، $\overline{MK} \perp \overline{KL}$ إذًا، $\triangle MKL$ مثلث قائم الزاوية.

$KM^2 + KL^2 = ML^2$	نظرية فيثاغورس
$x^2 + 17^2 = (x + 10)^2$	بالتعويض
$x^2 + 289 = x^2 + 20x + 100$	اضرب.
$289 = 20x + 100$	بسّط.
$189 = 20x$	بالطرح.
$9.45 = x$	بالقسمة.

www.almanahj.com

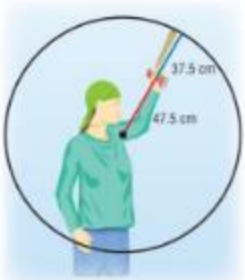
15-4 معادلات الدوائر

اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.

19. المركز عند $(4, -2)$، نصف القطر يساوي 5

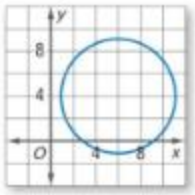
20. المركز عند $(2, 1)$، القطر يساوي 14

21. الحطب خلال حصة تدريبية خارجية، تتعلم بدرية فحصًا للسلامة في عملية تقطيع الحطب. وتتضمن الطريقة تشكيل دائرة بمدّ ذراعها تتحقق من أنها لن تصدم أي شيء فوقها أثناء التقطيع. فإذا كان امتداد ذراعها يساوي 47.5 سنتيمترًا، وكان طول الفأس 37.5 سنتيمترًا، وكان كتفها يقع عند نقطة الأصل، فما معادلة دائرة السلامة الخاصة ببدرية؟



مثال 4

اكتب معادلة التمثيل البياني الدائري أدناه.



يقع المركز عند النقطة $(4, 6)$، ونصف القطر يساوي 5.

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	معادلة الدائرة
$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$	$r = 5$ و $(h, k) = (6, 4)$
$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 25$	بسّط.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © محفوظة لصالح والتأليف الطبع حقوق

1. **برك السباحة** لدى عائلة حصة بركة سباحة عمقها 1.2 متر في العناء الخلفي لمنزلهم. فإذا كان قطر البركة 7.5 أمتار، فما محيط البركة مقربًا إلى أقرب متر؟

2. أوجد المحيط الدقيق للدائرة التالية.

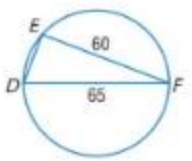
من أجل التمارين 5–3، عد إلى ⊙A.

3. سمِّ الدائرة.

4. سمِّ قطرًا.

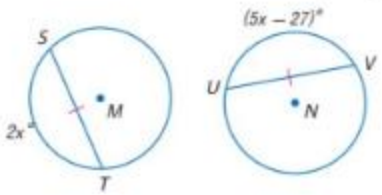
5. سمِّ وترًا ليس قطرًا في الدائرة.

6. **الاختيار من متعدد** ما قياس ED؟



A 15 B 25 C 88.5 D المعلومات غير كافية

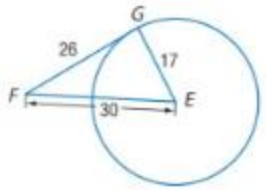
7. أوجد قيمة x إذا كانت $\odot N \cong \odot M$.



8. **الاختيار من متعدد** في كم نقطةً تتشارك دائرتان متحدتا المركز؟

F 0 G 1 H 2 J عدد لا نهائي من النقاط

9. حدّد ما إذا كان $\overline{FG}$ مماسًا للدائرة $\odot E$. برّر إجابتك.

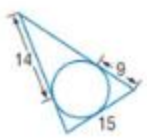


10. **الدراجات** دراجة بها إطاران يبلغ قطر كل منهما 60 سنتيمترًا.

a. أوجد محيط كل إطار.

b. ما المسافة التي يقطعها الإطار الواحد بالسنتيمترات بعد 100 دورة؟

11. أوجد محيط المثلث الموضّح على اليسار، وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



12. **الأزهار** تريد حليمة إحاطة جذع شجرة بحوض للأزهار. فإذا كان مركز جذع الشجرة هو نقطة الأصل وتريد حليمة توسيع الحوض لمسافة متر واحد بعيدًا عن مركز الشجرة، فما المعادلة التي يمكن أن تمثّل حوض الأزهار؟

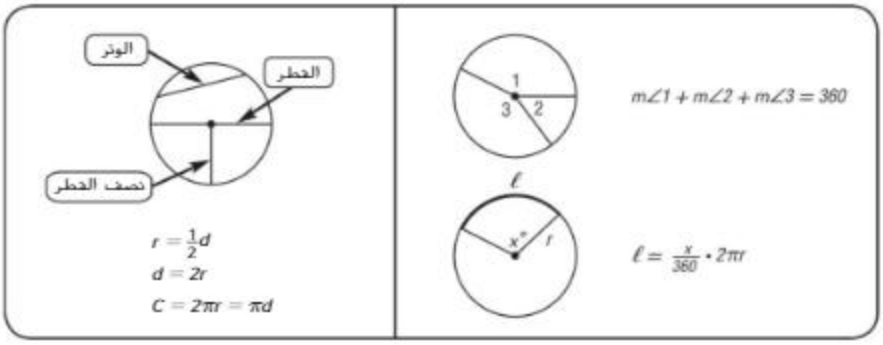
www.almanahj.com

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحضير للاختبارات المعيارية

خواصّ الدوائر

الدائرة شكلٌ فريد تملك فيه الزوايا والأقواس والقطع المتقاطعة مع الدائرة خواصّ وعلاقات مميزة. ويتعين عليك أن تتمتع بالقدرة على تحديد أجزاء الدائرة وتكتب معادلتها وتوجد قياسات الأقواس والزوايا والقطع في الدائرة.



www.almanahj.com

إستراتيجيات تطبيق خواصّ الدوائر

الخطوة 1

راجع أجزاء الدائرة وعلاقاتها

- تتضمن بعض الأجزاء الرئيسية: **نصف القطر، القطر، القوس، الوتر، المماس، القاطع**
- ادرس النظريات والخواصّ الرئيسية للدوائر فضلاً عن العلاقات بين أجزاء الدائرة.

الخطوة 2

اقرأ عبارة المسألة وادرس أي شكلٍ يُعرض عليك بعناية.

- حدّد ما الذي يُطلب منك إيجاده.
- دوّن على الشكل أي معلوماتٍ يوسعك إضافتها.
- حدد ما هي النظريات أو الخواصّ التي تنطبق على حالة المسألة.

الخطوة 3

حلّ المسألة وتحقق من حلّك.

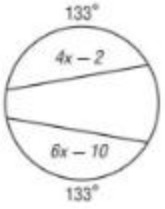
- طبّق النظريات أو الخواصّ لحل المسألة.
- تحقق من إجابتك للتأكد من صحتها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة وحدد ما تحتاج لمعرفته، ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

أوجد قيمة x في الشكل.



A 2
B 3
C 4
D 6

اقرأ عبارة المسألة وادرس الشكل بعناية. لديك دائرة فيها وتران يقابلان قوسين أصغرين. تشير إحدى الخواص الهامة في الدائرة إلى أنه يتطابق وتران فقط وفقط إذا كان قوساهما الأصغران المقابلان متطابقين. يمكنك الاستفادة من هذه النظرية لترتيب المعادلة وحلّها لإيجاد x.

$4x - 2 = 6x - 10$ تعريف القطع المستقيمة المتطابقة

$4x - 6x = -10 + 2$ بالطرح.

$-2x = -8$ بسّط.

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-8}{-2}$ اقسم كل حد على −2.

$x = 4$ بسّط.

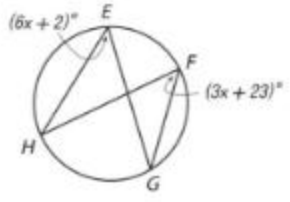
إذًا فقيمة x تساوي 4. والإجابة هي C. يمكنك التحقق من إجابتك عبر تعويض 4 في كل تعبير والتحقق من أن لكلا الوترين الطول نفسه.

www.almanahj.com

التمارين

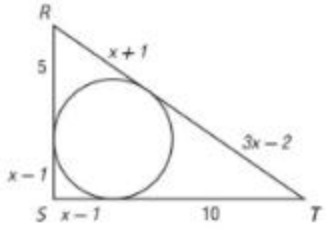
اقرأ كل مسألة، وحدد ما تحتاج إلى معرفته، ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. أوجد قيمة x في الشكل أدناه.



A 4
B 5
C 6
D 7

2. يحيط المثلث RST بالدائرة المبينة أدناه. فما هو محيط المثلث؟



F 33 وحدة
G 36 وحدة
H 37 وحدة
J 40 وحدة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

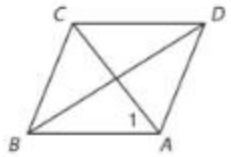
تدريب على الاختبار المعياري

تراكمي، الوحدات من 1 إلى 15

الاختيار من متعدّد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. إذا كان $ABCD$ معيّنًا، و $m\angle ABC = 70°$. فما قياس الزاوية $m\angle 1$؟



A 45°

B 55°

C 70°

D 125°

2. دراجة بها إطاران يبلغ قطر كل منهما 60 سنتيمترًا. أوجد محيط إطار واحد.

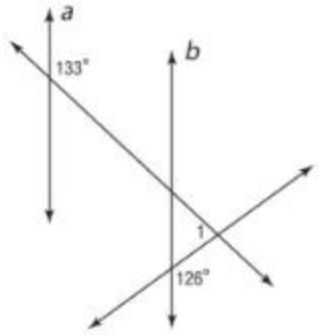
A 63 cm

B 120 cm

C 188.5 cm

D 30 cm

3. إذا علمت أن $a \parallel b$، أوجد $m\angle 1$.



F 47°

G 54°

H 79°

J 101°

www.almanahj.com

4. أي من الشروط التالية لن يضمن أن يكون رباعي الأضلاع متوازي أضلاع؟

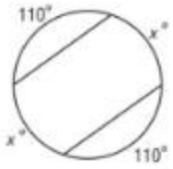
A كل ضلعين متقابلين متطابقان.

B كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

C ينصّف القطران بعضهما بعضًا.

D ضلعان متقابلان فقط متوازيان.

5. أوجد قيمة x.



A 70

B 110

C 220

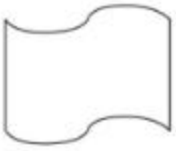
D 50

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

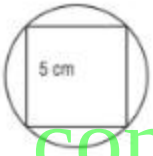
الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

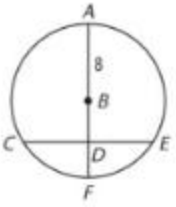
6. هل الشكل الموضح له تناظر دوراني؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر ترتيب التناظر.



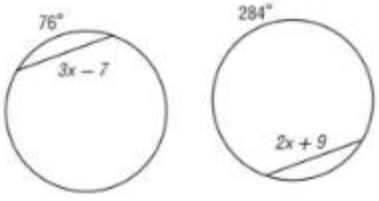
7. الإجابة الشبكية دائرة تحيط بمربع طول ضلعه 5 سنتيمترات. فما محيط الدائرة؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من السنتيمتر.



8. في $\odot B$، $CE = 13.5$. أوجد BD. وقرب إلى أقرب جزء من مئة.

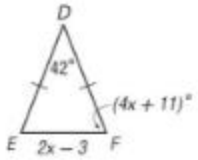


9. الدائرتان الموضحتان متطابقتان. أوجد قيمة x وطول الوتر.



10. الإجابة الشبكية اذكر مقدار التناظر الدوراني للشكل، واكتب إجابتك بالدرجات.

11. ما طول $\overline{EF}$؟

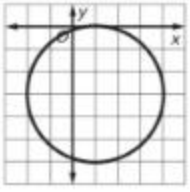


www.almanahj.com

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

12. استخدم الدائرة الموضحة للإجابة عن كل من الأسئلة التالية.



a. ما مركز الدائرة؟

b. ما نصف قطر الدائرة؟

c. اكتب معادلة للدائرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education